TRATTATO

DEL MOTO DE' PROJETTI

APPLICATO

AL TIRO DELLE BOCCHE A FUOCO

DEL SIGNOR LOMBARD

PROFESSORE NELLE SCUOLE DI ARTIGLIERIA AD AUXONNE

TRADOTTO DAL FRANCESE

DA GIO: BATTISTA PACCES

TENENTE COLONELLO DI ARTIGLIERIA, PROFESSORE NELLA SCUOLA DI APPLICAZIONE.

N A P O L I, 1816.
DALLA TIPOGRAFIA MASI,
Nel Chiostro di S. M. degli Angeli a Pizzofalcone.

AL SIGNOR

D. GIO: BATTISTA COLAJANNI

MARESCIALLO DI CAMPO DE' REALI ESERCITI DI S. M., ED INTENDENTE DI NAPOLI.

SIGNORE

La singolare protezione che Ella si compiacque accordare ai Corpi Facoltativi allorchè nel Ministero dirigeva gli affari di Guerra, le sue

*

cure indefesse per lo stabilimento delle scuole di Artiglieria e del Genio, ed il suo deciso impegno per facilitare con ogni argomento ai giovani Uffiziali l' acquisto delle cognizioni necessarie in quest' arme, di cui ben vedeva l' importanza, hanno in ogni tempo destato in me i più vivi sentimenti di gratitudine, e di rispetto. Ammiratore de' suoi lumi superiori, e testimonio de' progressi fatti nell' arte della guerra mercè le sue provvide disposizioni, ed il regolare andamento degli studj, io ho serbato sempre per la sua degnissima persona quella venerazione che viene ispirata da un merito eminente.

La sua carica d' Intendente avendomi offerto il vantaggio di poterla nuovamente avvicinare dopo lunga assenza, mi ha fatto nascere il

desiderio di offerirle un'omaggio della mia divozione.

Io avea dapprima disegnato mettere sotto il suo alto Patrocinio le mie lezioni di Artiglieria Teorica, delle quali fin da agosto 1815. *per la seconda volta fu permessa la stampa. Ma alcune imprevedute circostanze avendomi indotto a differirne la pubblicazione, mi sono avvisato dedicarle la traduzione delle due insigni opere del Signor Lombard sul moto de' projetti applicato al tiro delle bocche da fuoco, e le tavole de'tiri per li cannoni, e gli obici.*

Io mi crederò ben fortunato se Ella fra le gravi e moltiplici occupazioni della sua carica luminosissima, si degnerà dare un' occhiata a questo mio lavoro intrapreso per ordine superiore, ed eseguito, se non colla dovuta nitidezza ed ele-

ganza di stile, almeno con quella precisione e chiarezza, che erano necessarie per metterlo a portata della ineguale intelligenza di tutti.

E col più profondo rispetto mi dò l'onore di protestarmi.

Umiliss. Divotiss., ed obbligatiss. serv.
Gio: Battista Pacces.

ALL' INTELLIGENTE LETTORE.

Gio: Battista Pacces ; Tenente Colonnello di Artiglieria , Professore nella Scuola di Applicazione .

In occasione dell' incarico riaddossatomi l'anno 1810. per le lezioni da darsi agli Signori Tenenti Alunni di Artiglieria, fui nell' obbligo preciso di combinare qualche manoscritto per servirmene nella scuola. Fra questi, un piccolo *Trattato ragionato sulle diverse batterie* fu impresso nel 1813. Altro breve corso di *Lezioni di Artiglieria teorica* adattato per coloro che sprovveduti di tali cognizioni , potessero mettersi a portata di leggere , ed intender bene le opere di tal genere , senza inviluppaersi in lunghi e penosissimi calcoli , che sebbene fondati su ve-

ri dati, ben spesso in queste materie restano smentiti dall' esperienza; dopo un lungo giro di revisioni fu approvato per imprimersi nel 1814. Fu inoltre rinnovato il permesso, e promossa un' associazione in agosto 1815; ed essendo stato assoggettato di nuovo ad altra revisione del Matematico D. Domenico Sonno, per la terza volta nel mese di giugno di quest' anno fu dato il permesso per la stampa. Intanto, essendosi combinate diverse circostanze, se n' è sospesa l' impressione: questa è stata la causa che mi ha obbligato di mancare cogli Associati.

Le due conosciute opere del Signor Lombard *sul moto de' projetti applicato al tiro delle bocche da fuoco*, e *le Tavole de' tiri per i Cannoni, ed Obici*, che ora vi presento, sviluppate in conseguenza di questa teoria, basata su sodi principj ed esperimenti, furono in seguito d'ordine da me tradotte dal Francese, e di queste ancora dopo un lungo giro di approvazioni e revisione del conosciuto matematico, e scrupoloso calcolatore Signor D. Niccola Fergola, se n' è dato il permesso per la stampa in quest' anno corrente. E sebbene i risultati delle tavole che fan seguito alla teorìa che si espone in questo volume, seguendo il rigor matematico,

non debbono corrispondere con esattezza variando le dimensioni de' pezzi, per i quali esse sono state calcolate e costruite; non di meno ho continuata la stampa che già era intrapresa, onde i Giovani principianti, e dilettanti delle teorie, e pratiche di Artiglieria, potessero con minor pena, più di facilità, ed in lingua propria, scorrere questa parte interessantissima, nella quale l' Autore ha impiegato la massima avvedutezza, e la più gran scrupolosità nel porre a calcolo particolarmente la resistenza del mezzo, per quello che corrisponde in quest' opera, poggiata su solide e replicate sperienze; potendo anche le dette tavole non divenir del tutto inutili impiegandosi per li nostri pezzi, sintantochè ne potranno esser cambiate le dimensioni: (oggetto interessante per avvicinarli di più alla perfezione); profittandosi però di sode, e replicate sperienze molto necessarie, e sempre maestre per modificare la teoria, che in queste materie in moltissime circostanze assai vi si allontana, e che in seguito potrà calcolarsi un nuovo corso di tavole per i tiri, e particolarmente pel getto delle bombe, vantaggio incalcolabile nelle azioni, e che intanto ci presenta l'ombra mol-

to rispettabile del Signor Lombard, in seguito delle sue lunghe fatiche.

Esse senza dubbio dovranno apportar degli errori nell' appplicazione; ma questi errori, saranno sempre minori di quelli, che tutt' ora la diversità delle circostanze ci presenta, e che spesso, anche s' incontrano servendosi di un' istess' arma, fissata, e sparata precisamente colle stesse circostanze; e molto minori degli altri, che si otterrebbero operandosi alla cieca, e senza alcun dato; perdendosi un tempo sempre prezioso nella guerra, e facendosi una inutile consumazione di munizioni. Questi divarj che seguendo qualunque principio il più giusto, nella pratica sempre si rinvengono, è sicuro che ben presto potranno esser corretti da chi conosce la teoria, ed il meccanismo. Si partirà dunque da un dato se non esattissimo, che mai si potrà ottenere in queste materie, almeno sarà molto approssimante, e darà sempre un vantaggio sul risparmio del tempo, e delle munizioni, ed un regolar' effetto; oggetti li più interessanti nella guerra. Di fatti essendo l'oggetto essenziale quello di tirare, colpire, e produrre l' effetto che si cerca; questo si ottiene, ancorchè la palla dia qualche piede sotto, sopra, o lateralmente rispetto al punto

che si è mirato, giacchè il bersaglio ha sempre dell' estensione, come sono le batterie, la truppa, le fortificazioni ec. L'Uffiziale che si sarà reso padrone della teoria, saprà certamente profittarne in tutte le circostanze.

Giova quì molto di conoscere ancora, che nella scuola del Poligono a Capua, ne' soliti mesi fissati per le istruzioni, fra molti pezzi disposti in una estesa batteria, destinati per diversi bersagli, i due primi alla dritta del calibro da 24, erano fissati per tirare a rimbalzo. Mancandovi dunque un fronte di fortificazione, perchè non ancor costruito, si formò un rialto di terra distante 250. tese dalla batteria, per indicare ad un di presso l'altezza ordinaria di una fortificazione regolare; ed il prolungamento del ramo che si propose d' infilare essendo lungo 50. tese, si fece restar coperto dal gran spaltone: altezza propria per impedire il passaggio delle palle, essendo dirette con principio, e con senno; giacchè dopo il primo incontro della palla sul ramparò, la curva, o le curve descritte, per mezzo delle quali si deve infilare il ramo dell' opera, e distruggere le macchine, non debbono sorpassare l' altezza del parapetto, o sorpassarla di poco, altrimenti li colpi

sarebbero perduti. Vi si fissarono ancora de' grossi ostacoli, alle distanze ove corrisponder dovevano gli affusti, per conoscere l' effetto dell' infilata: Si son caricati i pezzi con cariche dedotte da quelle fissate secondo Lombard all' indicata distanza, dopo essersi fatto il giusto saggio, ed il dovuto calcolo sulla forza della polvere che s' impiegava, e si son diretti al punto colle dovute graduazioni di haossa. Gli effetti che si son rinvenuti, sono stati nel maggior numero li più vantaggiosi, cioè gli ostacoli gettati a terra, rovesciati, o rotti.

Riguardo agli tiri di punto in bianco, seguendo lo corrispondenti cariche, giornalmente sono stati rotti molti bersagli. Per i mortari, essendosi ugualmente regolati gli angoli, e le cariche, secondo l' esperienze rapportate dallo stesso Autore per li diversi calibri, e calcolata ancora la quantità di polvere a misura della sua forza; si sono ottenuti de' risultati sufficientemente esatti. In qualche tiro non molto soddisfacente, tanto per i cannoni, che per gli obici, ed il mortaro, essendosi creduto di farvi qualche non limitata correzione variando la carica, l'haossa, o l'angolo; i risultati si sono spesso di più allontanati, portandosi il projetto ora al di là, ed

era più vicino del punto destinato a colpirsi; ma conservandosi la stessa carica, haossa, o angolo, dopo qualche tiro, gli altri sono riusciti molto favorevoli. Questi risultati contestati dalla presenza di tanti Uffiziali, che han creduto utile di occuparsene, e de' quali giornalmente si son passati li soliti rapporti, confermano quanto si è detto di sopra, e fan conoscere, che le più belle teorie, ed i più sublimi calcoli, alla conchiusione, se vogliam dire il vero senza alcun riguardo, nel più gran numero de' risultati se ne allontanano assai, per cui è sempre necessario di ricorrere all' esperienza per modificarli, o rigettarli se bisogna, la quale in tutto, e particolarmente in queste materie ancora alquanto oscure, e non intieramente sicure, si fa conoscere sempre maestra.

Sarebbe quì regolare il dire, che sebbene le dimensioni de' pezzi impiegati nelle istruzioni variano per piccolissime quantità, rispetto a quelle de' pezzi francesi, per i quali sono state calcolate le tavole; pure attese le stesse circostanze, vi dovrebbero esser delle variazioni, e queste molto poco, o niente si son trovate. Le circostanze infinite, diverse, ed imprevedute, che continuamente si

presentano, allontanando il colpo ora per un verso, ed ora per l'altro opposto, fan spesso che combinandosi insieme i divarj prodotti da due o più di queste cause, che i tiri risultino esatti, conservandosi la carica fissata, e la posizione dell' arma, com' è avvenuto in qualche tiro, e si è fatto osservare di sopra.

Di più; per poco che si creda regolare di aver riguardo alle variazioni delle circostanze, si può riflettere, che quelle che si saran presentate nelle istruzioni, come per es. nel caricare il pezzo, per la resistenza dell' aria, e delle altre non del tutto simili a quelle che si saran combinate, allorchè si son fatti gli esperimenti in Francia, avran prodotto forse un vantaggio su i nostri tiri, a favore delle piccole variazioni delle dimensioni. Se gli risultati rinvenuti nelle dette istruzioni, ripetute molte volte, in più mesi e diversi anni, si ottenessero costantemente ed uniformi, pochi colpi si sbaglierebbero, e quelle variazioni che potrebbero nascere, l'Uffiziale che ben conosce la teoria, e la pratica, saprebbe subito come dovrebbero esser corrette.

SI AVVERTE

Siccome si son tirati i fogli di questi due volumi, essi son passati sotto gli occhi di più persone esperte della materia, e si son marcati gli errori sfuggiti nelle correzioni, o nell' atto dell' impressione; e queste pagine sono state ristampate. Nell' ultima scorsa per intiero de' due volumi, qualche errore sfuggito nelle altre letture, si trova marcato in fine. Coll' ajuto di questa esatta operazione, che rende l' opera corretta, al più che si può, si è creduto ancora di facilitarne la lettura.

PREFAZIONE.

L'origine dell' Artiglieria, se si prende questo termine nel suo riguardo il più esteso, rimonta alla più alta antichità. L'uso dell'ingegno, e delle macchine da guerra proprie a lanciare delle saette, delle pietre, delle materie combustibili, prende la sua origine molti secoli prima dell' era volgare, e si perpetuò sino all' epoca che s'impiegò la polvere a cannone, cioè secondo tutte le apparenze verso il principio del quattordicesimo secolo, e non fu intieramente abbandonata, che quando si pervenne ad un successo deciso dell' effetto della forza di questa polvere.

Sebbene il genio abbia presieduto all' invenzione delle macchine costituenti l' Artiglieria antica, sebbene vi fossero bisognate delle sapienti combinazioni per assicurarne l' esecuzione, ed ancorchè non fossero meno terribili ne' loro effetti, di quello che lo sono i nostri cannoni, ed i nostri mortari (1),

(1) Si può prendere una idea di ciò che era artiglieria antica, da quello che ne ha scritto Plutarco, vita di Marcello, in occasione dell' assedio

non vi è alcuna apparenza malgrado il sentimento del celebre commendatore di Polibio, che potessero giammai riprender partito. Tutte le nazioni adottando esclusivamente l'artiglieria moderna, s' impegneranno di portarla ad un grado di perfezione, di cui essa è suscettibile, e preferiranno sempre un sistema di artiglieria, che non ha bisogno di altro motore, che la forza espansiva di un fluido elastico.

Abbandonati ne' primi tempi ad una cieca rotina, si era ben lontano dal pensare, che la nuova arte potesse nella sua pratica esser guidata da regole scientifiche. Scorsero duecento anni dopo la sua origine, per immaginare che ciò poteva dipendere da una teoria, e meno ancora da una teoria fondata sulla geometria.

Paragonandosi la rapidità del movimento de' nuovi projetti, colla velocità delle masse slanciate dalle antiche macchine si erano falsamente persuasi, che questo movimento principiasse, e terminasse rettilineo, e che queste parti estreme venissero riunite da una

---

posto da questo quì avanti Siracusa, e della difesa di questa Città diretta da Archimede. Questo pezzetto è veramente curioso F.

curva circolare. Questa ipotesi tutta assurda che essa é, fu la base sulla quale li primi autori stabilirono una teoria di artiglieria.

Ciò non fu, che nel principio del sedicesimo secolo, che si ardì di credere, che la traccia descritta da una palla di cannone era una linea curva in tutta la sua estensione. Si vidde solamente, che nella prima parte del corso la curva era sì poco sensibile, che non se ne poteva avere alcun riguardo, ma la natura di questa curva era sempre un mistero, che uno spesso velo impediva di penetrare. Si suppose in fine, che essa potesse aver qualche analogia colla parabola, senza potersene ancora convincere con una dimostrazione matematica.

Non fu prima del secolo seguente, chè questa congettura si potesse realizzare colla scoperta che fece il Galileo della legge di accelerazione de' corpi gravi nella loro caduta, e che terminarono le dispute, che si erano elevate riguardo alle leggi del movimento, e specialmente quello de' projetti. La geometria ne fece l' applicazione al movimento parabolico per tutte le situazioni del punto, per rapporto al livello della batteria. Galileo ancora ch' ebbe la prima idea, per

lo meno fra i moderni del peso dell' aria ; e della pressione dell' atmosfera , non mancò affatto di far menzione della resistenza, che il fluido poteva opporre ai corpi , che in esso si muovessero ; congettura che meglio sviluppata sparse d' allora il più gran lume sulla teoria di artiglieria , ma vi si attribuì sì poco di effetto a questa resistenza , che non si esitò punto di assicurarsi ch' essa non avrebbe prodotto alcun cambiamento alla figura della parabola . Questa opinione fu immediatamente seguita dalla maggior parte degli autori , che trattarono in seguito lo stesso soggetto . Non era verisimile secondo essi che un fluido così delicato , di cui la densità è molte migliaja minore di quella del mobile lanciato dalle bocche a fuoco , poteva sensibilmente alterare il moto parabolico , ed in conseguenza essi limitarono le loro ricerche a dimostrare tutte le proprietà geometriche di questo moto , come si eseguisse nel vuoto ; cose inutili per la pratica , non essendo che di una pura curiosità . In fine Newton, genio a cui le scienze fisico-matematiche hanno tanta obbligazione , risvegliò l' attenzione de' sapienti sull' efficacità della resistenza dell' aria , provando che la considerazione di questo ostacolo non si doveva pun-

to trascurare, ma ciò non fu che lungo tempo dopo, che l' artiglieria sempre lenta ne' suoi progressi, profittasse di una scoperta, che avrebbe potuto portare la teoria de'corpi projettati al suo più alto grado di perfezione, se la natura de' fluidi in generale, e dell' aria in particolare era meglio conosciuta. Malgrado che questo manca ancora a tal riguardo, nondimeno si hanno de'dati sufficienti, per risolvere li più importanti problemi di artiglieria, e quello per cui conoscendosi la forza della polvere, si propone di dirigere un pezzo in modo, che la palla abbia a colpire un punto di posizione conosciuta. E' più di un secolo, che questo problema è stato proposto, e non sono che cinquant' anni che si è risoluto, e questo non è che una decina di anni dopo che io ho calcolato delle tavole, che ne presentano la soluzione per tutti li casi (1).

Non debbonsi perciò quì arrestare le conoscenze che caratterizzano il vero artigliere, oggi che l' arte sua ha luogo nella classe delle scienze. Se noi percorriamo la catena

---

(1) Tavole del tiro de' cannoni ed obici, con una istruzione sulla maniera di servirsene 1. vol. in 8, 1787.

che le liga fra loro, ne troveremo poche, che ci forniscono delle regole, e de' principj per dirigere le operazioni con certezza. La chimica per una combinazione semplice ed ingegnosa di differenti sostanze, ha creato il principal motore dell' artiglieria; agente terribile, ma di cui l' attività sarebbe, per così dire, senza effetto, se il metalliere non avesse indicato il mezzo per ristringerlo in molti sensi, onde decidere la sua azione a portarsi verso una sola parte. Il Fisico sviluppa le molle che costituiscono la forza prodigiosa della polvere, assegna per mezzo di giuste proporzioni a ciascuna delle sostanze che la compongono, la parte che essa può avere a questo effetto, e facendone conoscere la natura degli ostacoli a vincere, fissa il rapporto fra la potenza, e la resistenza. Il meccanico trova nella scienza delle macchine e del moto, tutto ciò che può contribuire a semplificare le manovre di artiglieria, a vincere le difficoltà che si presentano continuamente nella pratica di quest' arte, e ad assicurare la solidità, ed uniformità degli attiragli. In fine il Geometra guidato dal lume sparso dalle altre scienze, sottopone a calcolo le nozioni che lo forniscono, traccia il cammino che debbono seguire

i globi distruttori lanciati dalle bocche a fuoco, e misura il tempo del loro corso.

Ma che dico? L' artigliere divenuto ancor egli Chimico, Metalliere, Fisico, Meccanico, Geometra, non ha più bisogno di altri estranei soccorsi? Dopo istruito in utili stabilimenti, de' quali la Francia ne ha dato l' esempio a tutta l' Europa, egli dovrà occuparsi durante la pace ad acquistare delle conoscenze in tutti i generi, e perfezionando così la sua arte, potrà mettersi in istato durante la guerra di rendere i servizj li più segnalati, che a giusto titolo lo fan riguardare, come il più forte sostegno dello Stato.

Niente può meglio convincere dell' utilità, come della necessità delle conoscenze in un' artigliere, che un colpo d' occhio sulle diverse funzioni ch' egli è obbligato di riempiere.

In effetto come veglierà egli sulla fabbrica delle bocche a fuoco, se non ha affatto conoscenze sull' arte delle fuse, sulla miglior forma de' fornelli di fusione, sulla miglior liga, che conviene a ciascun calibro, sull' aggiustatezza della procedura, donde si perviene alla precisione delle dimensioni, sull' uso degli strumenti di verificazione?

Come giudicherà in una forgia li travagli, e le differenti operazioni, che fanno passare il ferro dopo la mina ove prende la sua nascenza, sino alla forma, che lo rende proprio all' uso dell' artiglieria, se egli non ha fatto uno studio profondo della mineralogia? come deciderà quali ferri riempiranno il lor destino, se non ha acquistata la scienza de' mezzi per riconoscere le qualità, e verificarne le dimensioni?

Potrà far' egli una ricezione giusta e motivata delle arme bianche, e da fuoco, se ignora quali devono essere le proprietà di ciascuna delle parti che le compongono, e se non sa conoscere, e valutare i difetti, che devono farle rigettare? Proprietà e difetti, che non si possono scoprire, che per la perfetta conoscenza degli effetti della tempera e cottura, che rendono l' acciajo più o meno elastico; degli effetti della forgia e del martello, che agumentano, ed alterano la qualità del ferro.

Se seguiamo l' artigliere negli arsenali, ove il suo dovere lo chiama per dirigere la costruzione degli attiragli, noi vedremo che la precisione, la solidità, l' uniformità devono essere li principali oggetti della sua vigilanza, la qualità de' materiali deve fissare

la sua attenzione, ed a tutti i riguardi la sua condotta esser deve la più scrupolosa, mentre se vi è un' errore, la responsabilità deve cader senza dubbio su quello che il Governo ha posto la sua confidenza, e che per un' abuso criminale, per ignoranza, o per negligenza, avrebbe liberato un servizio di effetti, di cui i difetti potrebbero trascinare nelle più funeste conseguenze.

Io non parlo affatto delle funzioni dell'artigliere in presenza del nemico, per dirigere l' esecuzione del tiro delle bocche a fuoco; egli si convincerà facilmente per la lettura del libro che li presento, che senza il soccorso delle matematiche non è possibile, né di ragionare con aggiustatezza, nè di praticar con discernimento questa parte della sua arte la più importante di tutte, e che n' è il compimento: egli vedrà, che il servizio può soffrir molto per la perdita di un tempo prezioso, per una inutile consumazione di munizioni, se la fiamma della teoria non rischiara, e non ne accelera le operazioni.

Quest' opera è divisa in due sezioni. La prima preceduta da alcune nozioni preliminari, che si è creduto doverle richiamare al lettore, tratta del moto de' projetti nel vuoto. Molti dettagli ne' quali io sono en-

trato, sembreranno, può esser, superflui, ma oltre che essi han dato luogo a delle osservazioni, che in tutti i casi possono esser di utilità, io li ho creduti necessarii, per finire di distruggere il pregiudizio del movimento parabolico, non lasciando alcun dubbio sulla gran differenza che esiste tra li risultati di questa teoria, e quelli che dà la considerazione della resistenza dell' aria. Di questa resistenza, e de' suoi effetti sul movimento de' projetti, è che si tratta nella seconda sezione.

TRATTATO
DEL MOVIMENTO DE' CORPI PROJETTATI.

NOZIONI PRELIMINARI.

PRINCIPJ DI TRIGONOMETRIA.

1. LA *tangente di un' angolo essendo rappresentata per* t, *ed il raggio delle tavole essendo* $=1$, *il seno di quest' angolo sarà* $= \frac{t}{\sqrt{(1+tt)}}$, *ed il seno di un angolo doppio* $= \frac{2t}{1+tt}$.

Sia AD la tangente dell' angolo ACD, e l' angolo ACE doppio dell' angolo ACD; tirata la corda AE, la secante CD, ed il seno EB dell' angolo ACE, AF metà di AE sarà il seno dell' angolo ACD, e la secante CD sarà $= \sqrt{(1+tt)}$. Li triangoli simili CAD, CFA danno CD : AD : : CA : AF, o $\sqrt{(1+tt)} : t : : 1 : AF = \frac{t}{\sqrt{(1+tt)}}$. Gli altri triangoli simili CAD, EBA danno CD : CA : : AE, o 2AF : EB, o $\sqrt{(1+tt)} : 1 : : \frac{2t}{\sqrt{(1+tt)}} : EB = \frac{2t}{1+tt}$ (fig. 1).

2. *La tangente di un'angolo, è reciprocamente come la sua cotangente.*

Sia (fig. 2), il quarto di cerchio CAB, AD la tangente dell'angolo ACD, BE la sua cotangente. Li triangoli simili CAD, EBC danno AD: AC:: BC: BE, o t : 1 :: 1 : cot. Dunque $t = \frac{1}{cot}$. Sicchè se la tangente di un angolo è espressa per una frazione $\frac{m}{n}$, la sua cotangente sarà espressa per la frazione inversa $\frac{n}{m}$, ed il logaritmo della tangente di un'angolo è il compimento aritmetico del logaritmo della sua cotangente.

Sia, per esempio, 9,5843722 il logaritmo della tangente di un'angolo, 10,4156278, sarà il logaritmo della cotangente dello stesso angolo.

3. *La segante di un'angolo è reciprocamente come il suo coseno.*

Li triangoli simili CAD, CFG (fig. 2.) danno CD : CA :: CG : CF, o sec : 1 :: 1 : cos, dunque sec. $= \frac{1}{cos}$. Il coseno di un'angolo essendo dunque espresso per una frazione $\frac{p}{q}$, la secante del medesimo angolo sarà espressa per la frazione inversa $\frac{q}{p}$; Dunque ancora il logaritmo della secante di un'angolo è il compimento aritmetico del logaritmo del coseno di quest' angolo.

Sia, per esempio, 9,6804790 il log. cos. di un' angolo, 10,3195210, sarà il log. sec. dello stesso angolo; e siccome in alcune tavole non si trovano i log. delle secanti, come, per es., nelle grandi di Gardiner, ed in quelle de la Caille, pure si

potranno impiegare queste tavole per avere i logaritmi delle secanti, prendendo li compimenti aritmetici de' logaritmi de' coseni.

4. *La cosecante di un' angolo, è reciprocamente come il suo seno.*

Li triangoli simili BCE, GFC danno CE: BC:: CG: FC, o cosecant: 1:: 1: sen, dunque cosec. $= \frac{1}{sen}$, il che dà luogo alle stesse osservazioni che si son fatte nell' articolo precedente.

Le proprietà trigonometriche del triangolo rettangolo danno (fig. 3.).

5. AC : CB : : 1 : tang. $A = \frac{CB}{AC}$; dunque $CB = AC \times$ tang. A, cioè che in ogni triangolo rettangolo la tangente di uno degli angoli acuti, è uguale al lato opposto a quest' angolo diviso per il lato adjacente. e che un lato opposto ad un angolo, è uguale all' altro lato moltiplicato per la tangente di quest' angolo.

6. AB : BC : : 1 : sen. $A = \frac{BC}{AB}$, dunque $BC = AB$ sen. A; cioè che il seno di uno degli angoli acuti, è uguale al lato che li è opposto diviso per l' ipotenusa, e che uno de' lati dell' angolo retto, è uguale all' ipotenusa moltiplicata pel seno dell' angolo opposto a questo lato.

7. AB : AC : : 1 : cos. $A = \frac{AC}{AB}$; dunque $AC = AB \times$ cos. A. Quindi il coseno di uno degli angoli acuti, è uguale al lato adjacente diviso per l'ipotenusa; e che uno de' lati dell' angolo retto, è uguale all' ipotenusa moltiplicata per il coseno dell' angolo adjacente a questo lato.

8. *La tangente di un' angolo, è uguale al seno di quest' angolo diviso pel suo coseno.*

Li triangoli simili CFG, CAD (fig. 2.) danno CF : FG : : CA : AD, o cos : sen : : 1 : t. Dunque $t = \frac{sen.}{cos.}$

9. Per il parag. 2 si ha cot. $= \frac{cos.}{sen.}$

La trigonometria somministra ancora le seguenti equazioni.

10. Sen. $(a \pm b) =$ sen.a cos. $b \pm$ cos.a sen.b.

11. Cos. $(a \pm b) =$ cos. a cos. $b \mp$ sen. a sen.b.

12. $t\ (a+b) = \frac{ta + tb}{1 - ta.tb}$

13. $t\ (a-b) = \frac{ta - tb}{1 + ta.tb}$

14. Cot. $(a+b) = \frac{1 - ta.tb}{ta + tb}$

15. Cot. $(a-b) = \frac{1 + ta.tb}{ta - tb}$

16. *La somma della tangente e della secante di un' arco* AB (fig. 4.), *è uguale alla tangente di* 45 *gradi* $+ \frac{1}{2}$ AB.

Sia il compimento BD di quest' arco diviso in due ugualmente in F. Essendo AG, e CG tangente, e secante dell' arco AB, se si tira il raggio CD, e per il punto F la retta CT determinata dalla tangente prolungata in T, il triangolo CGT sarà isoscele, perchè gli angoli T, e GCT sono uguali ciascuno all' angolo DCF. Dunque AT, o AG+GT=AG+GC. Ma AT è la tangente dell' arco AF, la quale considerata coll' arco DF, come

formando insieme l' arco AD, o 90 gradi, è chiaro che si avrà $AF = 45° + \frac{1}{2}AB$. Dunque tang. $AF =$ tang. $AB +$ sec. $AB =$ tang. $(45° + \frac{1}{2}AB)$.

17. *La differenza delle tangenti di due angoli a, e b, è più grande che la tangente della loro differenza.*

Abbiamo veduto nel (parag. 13.), che $t(a-b) = \frac{ta - tb}{1 + ta\,tb}$, e scorgendosi facilmente che $ta - tb > \frac{ta - tb}{1 + ta.tb}$, si rileva che $ta - tb$ sarà pure maggiore di $t(a-b)$.

Proprietà della parabola.

18. *Le perpendicolari* BD, GH (fig. 5.) *sopra una doppia ordinata* AC *di una parabola* AMC, *sono proporzionali alli prodotti delle parti che esse tagliano su questa doppia ordinata.*

Tirato l' asse PM della parabola, e le ordinate DR, HS, si ha $MP : MR :: \overline{PC}^2 : \overline{RD}^2$, o $\overline{PB}^2$; dunque $MP - MR$, o $BD : MP :: \overline{PC}^2 - \overline{PB}^2 : \overline{PC}^2$. Della stessa maniera si dimostra che $GH : MP :: \overline{PC}^2 - \overline{PG}^2 : \overline{PC}^2$. Dunque $BD : GH :: \overline{PC}^2 - \overline{PB}^2 : \overline{PC}^2 - \overline{PG}^2$. Ma $\overline{PC}^2 - \overline{PB}^2 = AB \times BC$, e $\overline{PC}^2 - \overline{PG}^2 = AG \times GC$. Dunque ec.

Pongasi $AP = PC = y$, $PM = x$, $AB = b$, $BD = c$, $AG = d$, e $GH = f$; si avrà $BC = 2y - b$, e $GC = 2y - d$. L' ultima proporzione dà $c : f :: 2by - bb : 2dy - dd$, d' onde si ricava $y = \frac{cdd - bbf}{2cd - 2bf}$, ciò

che dà il valore di AP, quando si conoscono le perpendicolari BD, GH, e le loro distanze dal punto A.

Si trova ancora per una delle prime proposizioni $c : x :: 2by - bb : yy$. Dunque $x = \frac{cyy}{2by - bb}$, ciò che fa conoscere l'asse MP della parabola.

19. *Le tangenti degli angoli formati da due tangenti alla parabola, e dalle ordinate tirate alli rispettivi punti di contatto, sono fra loro come queste ordinate.*

Supponendosi (fig. 6.) il raggio $= 1$, si ha tangente $N = \frac{QD}{QN}$ (par. 5.) $= \frac{2AQ}{QN}$, e tan. $M = \frac{PT}{PM} = \frac{2AP}{PM}$. Dunque tang. N : tang. M : : $\frac{AQ}{QN} : \frac{AP}{PM}$. Ma $AQ : AP :: \overline{QN}^2 : \overline{PM}^2$. Dunque tang. N : tang. M : : $\frac{\overline{QN}^2}{QN} : \frac{\overline{PM}^2}{PM}$: : QN : PM.

Le altre proprietà della parabola, che noi avremo occasione d'impiegare, sono molto conosciute per poterle richiamare nel bisogno.

SUL MOTO COMPOSTO.

20. *Se un corpo è sollecitato a muoversi per effetto di due potenze, le di cui direzioni formano un' angolo, alla fine di un tempo qualunque questo corpo si troverà all' estremità della diagonale del parallelogrammo costruito sulli spazj, che ciascuna di queste potenze l' avrebbe fatto percorrere nello stesso tempo, se avesse agito da se sola.*

Sia il corpo A spinto dalle forze riunite, che risultano dal concorso di due potenze P, e Q

(fig. 7.), e supponiamo che la prima P diretta secondo AB li faccia percorrere li spazj AE, AF, AB, nel medesimo tempo che l'altra Q diretta secondo AC, li faccia percorrere gli altri AG, AH, AC. Perchè queste potenze producano sul mobile tutto l'effetto, di cui esse son capaci in conseguenza delle loro direzioni, e della quantità di forza che esse esercitano, bisogna che in virtù dell'impulsione della potenza P il mobile si allontani dalla direzione AC dell'altra potenza Q di una quantità AE presa su AB, o parallelamente ad AB, e nel medesimo tempo che la potenza Q l'allontani dalla direzione AB di una quantità AG presa su AC, o parallelamente ad AC. Or questo non può aver luogo, che allorquando alla fine dello stesso tempo il mobile si trovi in un punto I determinato dall'incontro delle due rette EI, GI tirate parallelamente alle direzioni delle due potenze, e questo punto evidentemente è l'estremità della diagonale del parallelogrammo costrutto su gli spazj AC, AG, che ciascuna delle potenze farebbe percorrere al mobile nel medesimo tempo, se agisse sola.

Lo stesso ragionamento deve valere per gli altri punti K, D, ove il mobile dovrà trovarsi nella fine de' tempi, che esso avrebbe impiegato a percorrere gli spazj AF, AB, se la potenza P agisse sola, o li spazj AH, AC, se anche sola agisse la potenza Q.

21. Se le parti AE, EF, FB (fig. 7.) ec., prese sulla direzione AB sono infinitamente piccole, non che le parti AG, GH, HC della direzione AC, li punti A, I, K, D, per ove passa il mobile, saranno infinitamente vicini l'uno all'altro, ed essi tracceranno il cammino che fa il mobile durante il suo movimento; e questo cammino sarà una linea retta, o una curva, la di cui natura dovrà dipendere dal rapporto che vi è tra gli spazj AE, AF, AB percorsi in virtù dell'azione della potenza P, e gli spazj AG, AH, AC percorsi nello

stesso tempo in virtù dell' azione della potenza Q.

22. Se le due potenze P, e Q (fig. 6.) imprimono al corpo un movimento uniforme, o de' movimenti uniformemente variabili, il cammino del mobile sarà una linea retta, giacchè è chiaro che in ciascuno di questi due casi si avrà sempre AG:AH: AC :: AE : AF : AB :: GI : HK : CD.

23. Finalmente se il mobile riceve dalla potenza P un movimento uniforme, e dalla potenza Q un moto uniformemente accelerato (fig. 7.), la traccia AIKD ch'esso lascia nel suo cammino è una parabola. Questo è il caso del moto di un corpo spinto nel vuoto, perchè la forza di projezione comunica al corpo un moto uniforme, ed il peso che continuamente agisce su di esso produce un moto uniformemente accelerato. Ma noi presenteremo questa verità sotto una forma più propria, per far conoscere tutte le circostanze del moto de' projetti, dopo che ne avremo stabilito il principio seguente.

24. *Se un corpo è projettato secondo una direzione qualunque parallela, o obbliqua all'orizzonte, esso percorrerà una curva, che ha per tangente questa direzione; delle linee parallele a questa direzione per ordinate, e per diametro la verticale che passa pel punto in cui il corpo è projettato.*

1. Da qualunque parte si projetti il corpo nella direzione Qq (fig. 9.) da A verso Q, o da A verso q, il peso agisce continuamente su di esso, abbassandolo al di sotto la retta Qq, subito che avrà lasciato il punto A, da cui è stato spinto. Dunque la direzione Qq non incontrerà che il solo punto A della curva MAm che il corpo percorre, ed in conseguenza sarà tangente della curva a questo punto.

2. Siccome poi il peso agisce ugualmente in tempi uguali, prendendosi dal punto A de'spazj ugua-

li AQ, Aq, questi saranno percorsi in tempi uguali in virtù della forza d' impulsione, e gli abbassamenti verticali QM, qm, saranno ancor essi fra loro uguali, onde la retta Mm che unisce l' estremità di questi abbassamenti sarà parallela a Qq, e perciò una doppia ordinata della curva MAm.

3. Finalmente la verticale AP tirata dal punto A dividendo Qq in due parti uguali, dividerà ancora ugualmente Mm, e sarà un diametro della curva.

25. Un projetto slanciato da un cannone AB (fig. 10.), o da qualunque altr' arma da fuoco, dovrà percorrere dunque una curva AM, considerandosi che il centro del projetto abbia per tangente l' asse del cannone, o la sua direzione AQ, ed il punto di contatto corrisponda alla bocca; e poichè il peso agisce continuamente sul projetto per una direzione verticale, la curva AM, e la direzione AQ del cannone dovranno essere in un medesimo piano verticale.

SEZIONE I.

Del movimento de' corpi spinti nel vuoto.

26 Supponiamo (fig. 11.), che un corpo posto in A sia spinto secondo una direzione AC, con una velocità uguale a quella che acquisterebbe cadendo liberamente per l' altezza HA: questo corpo percorrerebbe la retta AC se fosse privo di peso, ma siccome il peso agisce continuamente su di esso, l' obbliga ad allontanarsi da questa direzione, e nel medesimo tempo che avrebbe percorso lo spazio AQ si dovrà trovare abbassato di una quantità QM, la di cui grandezza dipende dal tempo impiegato a percorrere AQ. Li spazj HA, QM essendo percorsi in virtù della gravità, ed in conseguenza di un moto uniformemente accelerato, le

velocità acquistate alla fine di questi spazj HA, QM sono come le loro radici quadrate, cioè come $\sqrt{HA}$: $\sqrt{QM}$. Ora li spazj che si sarebbero percorsi con moto uniforme con queste stesse velocità, e nel medesimo tempo sono AQ, e 2QM; si avrà dunque AQ : 2QM : : $\sqrt{HA}$: $\sqrt{QM}$; e facendo AH $=a$, AQ $=u$, e QM $=z$, si avrà $u : 2z : : \sqrt{a} : \sqrt{z}$, ed $uu=4az$

27. Si vede dunque 1. che la curva AMB è una parabola, giacchè formandosi il parallelogrammo AQMR, RM sarà un' ordinata della curva (parag. 24) AR una ascissa, e l' equazione $uu=4az$ indica che $\overline{RM}^2=AR\times4AH$, cioè il quadrato dell' ordinata è uguale al prodotto dell' ascissa per una linea costante, proprietà che conviene alla parabola. 2. L' asse di questa parabola è verticale, e divide l' orizzontale AB in due parti uguali. 3. La grandezza costante $4AH=4a$ è il parametro del diametro AR; cosicchè l' altezza per cui dovrebbe cadere il mobile onde acquistare la velocità colla quale dovrebbe esser spinto per descrivere una data parabola, è uguale alla quarta parte del parametro del diametro, che passa pel punto della projezione.

28. Per ricavare dall' equazione $uu=4az$ delle conseguenze utili alla pratica, bisogna cambiarla in un altra, che esprima il rapporto delle perpendicolari PM, menate da ciascun punto della parabola sull' orizzontale AB, con le loro distanze AP al punto A, e coll' angolo CAB, sotto di cui il mobile è projettato; vale a dire, che bisogna rapportare i punti della curva all' orizzontale AB; perciò si faccia $AP=x$, $PM=y$. Si supponga che la direzione AC faccia coll' orizzontale AB un' angolo, di cui la tangente $=t$, il raggio, o il seno tutto essendo $=1$; si avrà PQ : AP, o PQ : $x : : t : 1$; dunque

$PQ=tx$; ma QM=PQ—PM, ed $\overline{AQ}^2=\overline{AP}^2+\overline{PQ}^2$; dunque $z=tx-y$, ed $uu=xx+ttxx$, e mettendo

questi valori di z, ed uu nell' equazione $uu=4az$, si avrà $xx+ttxx=4atx-4ay$, ch'è l'equazione generale della curva rapportata all'orizzontale AB(a).

(a) Si trova la medesima equazione della seguente maniera.

Consideriamo (fig 11.) il mobile projettato, dopo aver percorso l'elemento Mm della curva che ha descritta (fig. 11.ª) si abbassino le rette MP, mp perpendicolari, ed MR parallela all'orizzontale AP, che passa per il punto di projezione A. Facciamo $AP=x$, $PM=y$, ed il tempo impiegato a percorrere $AM=t$. Il movimento secondo Mm essendo decomposto in due altri, uno orizzontale secondo MR, e l'altro verticale secondo mR; la velocità nel primo senso, che sarà $\frac{dx}{dt}$, non è soggetta ad alcuna alterazione, e l'altra nel secondo senso, che viene espressa da $\frac{dy}{dt}$, è diminuita per l'azione del peso, che tende ad abbassare il mobile; chiamandosi dunque g la forza istantanea della gravità, si avrà $d\left(\frac{dx}{dt}\right)=\pm o$, e $d\left(\frac{dy}{dt}\right)=-gdt$. L'integrazione di queste due equazioni danno aggiungendo le costanti, $\frac{dx}{dt}=C$, $\frac{dy}{dt}=C'-gt$. Determiniamo queste costanti osservando, che al principio del moto in A, ove la velocità del projetto è V, la velocità orizzontale è $=V\,cos.I$, nominando I l'angolo di projezione, e la velocità verticale è $=V\,sen.I$; dunque $\frac{dx}{dt}=V\,cos.\,I$, e $\frac{dy}{dt}=V\,sen.\,I-gt$, per cui si ricava $dx=Vdt\,cos.\,I$, e $dy=Vdt\,sen.\,I-gtdt$, ed integrando di nuovo, si ha $x=Vt\,cos.\,I$, ed $y=Vt\,sen.\,I-\frac{gtt}{2}$. Prendendo

Questa equazione racchiude tuttociò ch'è necessario di considerare nel moto de' projetti lanciati dalle bocche a fuoco, cioè la quantità a per esprimere la forza del getto, da cui risulta la velocità del projetto, e la carica che bisogna impiegare; la quantità t fa conoscere l' angolo sotto di cui bisogna tirare; x, ed y indicano la situazione del punto che si vuol colpire, e le sue distanze orizzontali, e verticali. Entriamo dunque nel dettaglio de' differenti usi, che si può fare di questa equazione.

29. Chiameremo *ampiezza*, o *portata orizzontale*, la distanza alla quale il mobile è portato sul piano orizzontale, che passa per il punto da cui è partito. Questo punto sarà chiamato *punto di partenza*, *punto di projezione*, e potrà essere ancora espresso col nome di *batteria*. L' altra estremità dell' ampiezza, o più generalmente il luogo ove il projetto cade a terra, si chiamerà *punto*

---

nella prima equazione il valore di $t = \frac{x}{V\ cos.I}$, e sostituendolo nella seconda, si ha $y = \frac{x\ sen.I}{cos.I} - \frac{gx^2}{2V^2\ cos.^2 I}$, equazione alla parabola. Sia pertanto a l' altezza dovuta alla velocità V, e g l' effetto del peso in un secondo, si avrà $\frac{2V^2}{g} = 4a$, osservando in seguito che $1 = sen.^2 I + cos.^2 I$ dà $x^2 = x^2\ sen.^2 I + x^2\ cos.^2 I$; si troverà $y = \frac{x\ sen.\ I}{cos.\ I} - \frac{x^2\ sen.^2\ I}{4a\ cos^2\ I} - \frac{x^2\ cos^2\ I}{4a cos.^2\ I}$, da cui si tira $x^2 tang.^2 I + x^2 = 4a\ x\ tang.I - 4a\ y$, perchè pel (par.8.) $tang.I = \frac{sen.\ I}{cos.\ I}$.

di caduta; la *curva di projezione*, o il cammino che fa il mobile nel suo corso, si chiama ancora *trajettoria*. La *linea di projezione*, o la *prima direzione del mobile* è quella ch' esso tende a seguire al primo istante del suo moto. L'*angolo di projezione* è quello, che la prima direzione del mobile fa colla linea orizzontale. Se da un punto M (fig. 11.) si abbassa una perpendicolare MP sull' orizzontale AB, che passa per il punto di projezione A, AP è la *distanza orizzontale* del punto M al punto A, ed MP è la *distanza verticale*, o che questo punto M è sopra, o sotto l'orizzontale AB.

Dell' angolo di projezione.

30. Sia B (fig. 12.) il punto che si vuol colpire con un projetto che parte dal punto A, e di cui la velocità è uguale a quella che acquisterebbe cadendo liberamente da una altezza $=a$: la distanza orizzontale AE dal punto, e la sua distanza verticale BE dovendo esser conosciute, si potrà nominare la prima b, e la seconda c, e mettere queste lettere nell'equazione in luogo di x, ed y; si avrà $bb+bbtt=4abt-4ac$, equazione di secondo grado per rapporto alla quantità t, per cui si ricava $t=\frac{2a}{b}\pm\frac{1}{b}\sqrt{4aa-bb-4ac}$ per la tangente dell' angolo di projezione CAE.

Questo punto che si propone di colpire, può avere tre diverse posizioni per rapporto al punto di projezione A. Può esser situato al di sopra l'orizzontale che passa per questo punto, come nella fig. 12., al di sotto di questa orizzontale, come nella fig. 13., e sull' orizzontale stessa, cioè al livello della batteria A, come nella fig. 14. Noi applicheremo la nostra equazione a ciascuno di questi tre casi.

PRIMA POSIZIONE DEL PUNTO.

Allorchè è superiore al livello della batteria.

31. In questa situazione del punto B (fig. 12.) rispetto al punto di projezione A, il mobile partendo potrà colpire secondo due direzioni differenti, una formando coll' orizzontale AE un angolo CAE, di cui la tangente $= \frac{2a}{b} + \frac{1}{b}\sqrt{4aa-bb-4ac}$, e l'altra con un' angolo cAE, di cui la tangente $= \frac{2a}{b} - \frac{1}{b}\sqrt{4aa-bb-4ac}$; su di che si osserverà non esser possibile di colpire un punto, di cui è determinata la situazione per le quantità b, c, essendo la velocità del projetto rappresentata per a, che quando $4aa-4ac$ è maggiore di bb, o che almeno queste due grandezze sieno uguali fra loro; giacchè se $4aa-4ac$ è minore di bb, la quantità $4aa-4ac-bb$ sarà negativa, ed in conseguenza la sua radice immaginaria, ciò che fa chiaramente scorgere non esservi alcun punto d'angolo, sotto di cui si possa colpire il punto B, colle condizioni che darebbero $4aa-4ac<bb$. Se si ha $4aa-4ac = bb$, la grandezza radicale $\sqrt{4aa-4ac-bb}$, diverrebbe $=o$, e la tangente avrebbe un sol valore $\frac{2a}{b}$, cioè in questo caso si potrebbe colpire il punto B secondo una sola direzione, che farebbe coll' orizzontale un angolo, di cui la tangente $= \frac{2a}{b}$.

ESEMPIO I.

Si cerca di colpire il punto B, di cui la distanza orizzontale è di 300 tese, o 1800 piedi. L'altezza verticale BE di 120 piedi, la velocità del projetto di 360 piedi a secondo; in questo caso si ha $b=1800$,

$c = 120$, ed $a = 2160$ (*a*). Sostituendo questi valori nell' equazione $t = \frac{2a}{b} \pm \frac{1}{b} \sqrt{4aa - 4ac - bb}$, si avrà $t = 4,50713$, e $t = 0,29288$. Il primo di questi due valori è la tangente di un' angolo di 77° 29', ed il secondo è quello di un' angolo di 16° 19'. Si potrà dunque colpire il punto dato sotto ciaschedu-no di questi due angoli.

ESEMPIO II.

Se con una velocità di 300 piedi a secondo si vuol colpire un' oggetto lontano 2700 piedi, ed elevato 285 piedi; si troverà $4aa - 4ac - bb = 0$, e $\frac{2a}{b} = \frac{3000}{2700} = 1,11111$ per la tangente del solo angolo di 48° 1' ad un di presso, sotto di cui il mobile deve esser projettato, acciò arrivi al punto proposto.

ESEMPIO III.

Infine se colla velocità stessa di 300 piedi a secondo, e la medesima distanza orizzontale di 2700 piedi, il punto è più elevato di 285 piedi; si troverà che $4aa - 4ac - bb$ è una quantità negativa, ed in conseguenza la sua radice immaginaria; ciò fa conoscere, che tal situazione di punto non permette, che vi si arrivi colla velocità data.

(a) Noi supporremo in questa prima sezione, che un corpo percorre 15 piedi nel primo secondo della sua caduta, cosa per altro che non apporterà alcun' inconveniente per la pratica, ed i calcoli si renderanno più semplici.

Seconda posizione del punto.

Quando è al di sotto del livello della batteria.

32. Per applicare la nostra equazione a questo secondo caso, non bisognerà far altro, che cambiare il segno del termine $4ac$, ove si trova la quantità c, e si avrà $t=\frac{2a}{b}\pm\frac{1}{b}\sqrt{(4aa+4ac-bb)}$; si potrà colpire dunque l'oggetto sotto due angoli, de' quali uno ha per tangente $\frac{2a}{b}+\frac{1}{b}\sqrt{(4aa+4ac-bb)}$ e l'altro $\frac{2a}{b}-\frac{1}{b}\sqrt{(4aa+4ac-bb)}$. Osserveremo ancora, che per la possibilità bisogna che $4aa+4ac$ sia maggiore, o uguale a bb, e che nel caso di $4aa+4ac=bb$ il projetto non può arrivare al punto, che partendo sotto un'angolo di cui la tangente $=\frac{2a}{b}$. Può accadere ancora, che la quantità $\sqrt{(4aa+4ac-bb)}$ sia maggiore di $2a$, allora la tangente $\frac{2a}{b}-\frac{1}{b}\sqrt{(4aa+4ac-bb)}$ sarebbe negativa, e farebbe conoscere, che la prima direzione deve passare al di sotto l'orizzontale AE (fig. 13.).

ESEMPIO I.

Se il projetto deve colpire un punto lontano orizzontalmente 1200 piedi, e di 150 piedi più basso del punto di projezione, e la sua velocità essendo di 180 piedi per secondo; si farà $b=1200$, $c=250$, ed $a=540$, quali valori essendo sostituiti nell' equazione $t=\frac{2a}{b}\pm\frac{1}{b}\sqrt{(4aa+4ac-bb)}$, daranno $t=1,087083$, e $t=0,712917$ per le tangenti de' due angoli, sotto de' quali si può colpire il pun-

to proposto. La prima corrisponde ad un' angolo di $47° 23'$, e la seconda ad un' angolo di $35° 29'$.

ESEMPIO II.

Se alla stessa distanza orizzontale il punto è abbassato di 126 piedi $\frac{2}{3}$, supposta la medesima velocità, si troverà $t = \frac{2a}{b} = 0{,}9$ per la tangente del solo angolo, ch' è circa $42°$, che potrà essere impiegato in questo caso.

ESEMPIO III.

Se li valori di a, e b restano li stessi, e che c sia meno di 126 piedi $\frac{2}{3}$, si troverà ch' è impossibile di colpire il punto.

ESEMPIO IV.

In fine sia $b=600$, $c=200$, ed $a=540$, si avrà $t=3.6$[illegible]472, e $t=-0{,}05472$. La prima di queste tangenti è positiva, e fa rilevare che si colpirà il punto proposto, dirigendosi la linea di projezione al di sopra l' orizzontale AE sotto un' angolo di circa $74° 42'$. La seconda è negativa, ed indica che questa medesima linea deve esser diretta al di sotto l' orizzontale, facendo con essa un' angolo di $3° 8'$.

TERZA POSIZIONE DEL PUNTO.

Quando è al livello della batteria (fig. 14.).

33. Allorchè il punto B è sull' orizzontale che passa pel punto A, la distanza verticale BE diviene nulla; si ha dunque $c=0$, e l' equazione $t=$

$\frac{2a}{b} \pm \frac{1}{b} \sqrt{4aa \pm 4ac - bb}$ si cambia nell' altra $t = \frac{2a}{b} \pm \frac{1}{b}\sqrt{4aa-bb}$, dalla quale può rilevarsi ancora, che non è possibile di colpire il punto, se non è $2a >$, o $= b$, e che nel caso di $2a = b$ non si può impiegare che un sol angolo di projezione, da cui la tangente è $= \frac{2a}{b} = 1$, cioè l'angolo di 45°.

ESEMPIO I.

Si proponga di colpire un punto lontano 1800 piedi con un projetto, di cui la velocita è di 300 piedi a secondo, si avrà $a=1500$, e $b=1800$. Mettendo questi valori nell' equazione $t = \frac{2a}{b} \pm \frac{1}{b} \sqrt{4aa-bb}$, si troverà $t = 3$, e $t = 0,33333$ per le tangenti ricercate, delle quali la prima corrisponde ad un angolo di 71° 34', e la seconda ad un angolo di 18° 26', sotto ciascuno de' quali si può colpire il punto proposto.

ESEMPIO II.

Se il punto è a 3000 piedi, e la velocità essendo la stessa, si troverà $t=1$, cioè la tangente di 45 gradi, ch' è il solo angolo che può essere impiegato in questo caso.

ESEMPIO III.

Se il punto è a più di 3000 piedi, non sarà possibile di colpire impiegando una velocità di 300 piedi a secondo, perchè in questo caso essendo $2a$ minore di b, $\sqrt{4aa-bb}$, è una grandezza immaginaria.

Li due angoli sotto de' quali il mobile giunge al medesimo punto colla stessa velocità, hanno in ciascheduna delle tre posizioni una proprietà comune, che si potrebbe dedurre immediatamente dalla formola $\frac{2a}{b} \pm \frac{1}{b}\sqrt{4aa+4ac-bb}$; ma noi scopriremo questa proprietà con un metodo più facile, di cui ne parleremo dopo di aver considerata la forza di projezione.

Della forza di projezione.

34. Per conoscere la forza di projezione rappresentata dalla lettera a, conoscendosi l'angolo di partenza, e la situazione del punto; si riprenda l' equazione generale $bb+bbtt=4abt+4ac$, dalla quale si tirano li tre seguenti valori di a relativamente alle tre posizioni del punto.

$a = \frac{bb+bb\,tt}{4bt-4c}$ per la prima posizione dal punto.

$a = \frac{bb+bb\,tt}{4bt+4c}$ per la seconda.

$a = \frac{bb+bb\,tt}{4bt} = \frac{b+btt}{4t}$ per la terza.

La quantità a essendo conosciuta in queste tre equazioni, sarà facile il dedurre la velocità del projetto, poichè questa è dovuta all' altezza a, ed è espressa per $\sqrt{60}\,a$.

35. E' dunque evidente, che la quantità a non dovrà essere infinita, e nemmeno negativa, poichè risulterebbe una velocità immaginaria. Bisogna che per la prima posizione del punto, la tangente t dell' angolo di projezione sia maggiore di $\frac{c}{b}$, ch' è la tangente dell' angolo BAE (p.5.), e se nella seconda posizione la prima direzione del mobile passa al di sotto l' orizzontale AE, si rende t negativa; bisogna perciò che t sia minore di $\frac{c}{b}$.

Se la projezione si fa sotto l' angolo costante di 45°, si avrà $t=1$, e li tre valori di a diverranno

$a = \frac{bb}{2b-2c}$ per la prima posizione del punto.

$a = \frac{bb}{2b+2c}$ per la seconda.

$a = \frac{1}{2}\ b$ per la terza.

ESEMPIO I.

Si cerca qual dovrà essere la velocità di un projetto, acciò possa colpire un punto, di cui la distanza orizzontale è di 250 tese, o 1500 piedi, la sua elevazione al di sopra del livello della batteria di 240 piedi; e l' angolo di projezione di 40 gradi. Queste condizioni danno $b=1500$, $c=240$, e $t=0,8390966$, ed impiegando i logaritmi, logar. $b=3,1760913$, log. $c=2,3802112$, log. $t=9,9238135$, e log. $(1+tt)=0,2314920$. Questi valori essendo posti nell' equazione $a=\frac{bb+bbtt}{4bt-4c}=\frac{bb\ (1+tt)}{4\ bt-4c)}$, si avrà la velocità del projetto colla seguente operazione.

$l\ bb$	6,3521826	$l\ b$..	3,1760913
$l\ (1+tt)$	0,2314920	$l\ t$..	9,9238135
comp. $l\ (4bt-4c)$	6,3899150	$l\ bt$.	3,0999048
$l\ a$	2,9735896	bt	$=1258,65$
l 60	1,7781512	c	$=240$
l 60 a	4,7517408	$bt-c$	$=1018,65$
		$4bt-4c$	$=4074,60$
$l\ \sqrt{60\ a}$	2,3758704 $=l$ 237,613		

Dunque la velocità del projetto deve essere di circa 238 piedi a secondo ad un di presso.

ESEMPIO II.

Se alla distanza di 1500 piedi il punto è di 240 piedi più basso del livello della batteria, e si voglia impiegare lo stesso angolo di 40 gradi, si metteranno li medesimi valori nell'equazione $a = \frac{bb+bbtt}{4bt+4c}$, e si troverà che vi bisogna una velocità di 196 piedi a secondo.

ESEMPIO III.

Se alla medesima distanza di 1500 piedi si voglia colpire un punto situato al livello della batteria col medesimo angolo di 40 gradi, si metteranne li valori di b, t, ed $1+tt$ nell'equazione $a = \frac{b+btt}{4t}$, facendosi la seguente operazione.

	log. b.....	3,1760913
	l ($1+tt$).	0,2314920
comp.	l t........	0,0761865
comp.	l 4........	9,3979400
	l 60........	1,7781512
	l 60 a....	4,6598610
	$l\sqrt{60\,a}$.	2,3299305 = l.213,76

Bisogna dunque una velocità di 213, 76 piedi a secondo, o di piedi 214.

ESEMPIO IV.

Se vogliasi impiegare l'angolo costante di 45 gradi per colpire il punto proposto negli tre esempj precedenti, il calcolo sarà più semplice, e si troverà che per la prima posizione vi bisogna una

velocità di 231 piedi a secondo: per la seconda posizione vi vorrà una velocità di 197, e per la terza una velocità di 212 piedi. Il logaritmo di questa velocità è

$\frac{1}{2}$ ($l.bb$+comp.$l.$ $(2b-2c)$ $+l.60$) per la prima posizione.

$\frac{1}{2}$ ($l.bb$+comp.$l.(2b+2c)+l.60$) per la seconda.

$\frac{1}{2}(l.\frac{1}{2}b+l.60)$ per la terza.

De' due angoli, sotto de' quali si può colpire il medesimo punto colla stessa velocità.

36. Qualunque sia la situazione dell'oggetto, quasi sempre avviene, che può colpirsi sotto due angoli differenti colla stessa velocità; e come l'equazioni $a=\frac{bb+bbtt}{4bt-4c}$, $a=\frac{bb+bbtt}{4bt+4c}$, $a=\frac{b+btt}{4t}$ non indicano, che un solo di questi angoli per la sua tangente t, noi andremo a cercare l'altro, o solamente la quantità che vi bisogna per agumentare, o diminuire la tangente dell'angolo dato, per aver quella dell'altro angolo. Supponiamo dunque che t è la tangente del più piccolo de' due angoli, e chiamando q la quantità di cui bisogna agumentare per avere la tangente del più grande; la nuova tangente sarà $t+q$, la quale essendo posta ne' tre valori di a in luogo di t, si avrà

$a=\frac{bb+bb(t+q)^2}{4b(t+q)-4c}$ per la prima posizione del punto.

$a=\frac{bb+bb(t+q)^2}{4b(t+q)+4c}$ per la seconda.

$a=\frac{b+b(t+q)^2}{4(t+q)}$ per la terza.

Ma dovendo dare questi tre valori di a la medesima velocità delli tre primi, essi dovranno essere rispettivamente uguali, onde si ha

$$\frac{bb+bb(t+q)^2}{4b(t+q)-4c}=\frac{bb+bbtt}{4bt-4c}$$

$$\frac{bb+bb(t+q)^2}{4b(t+q)+4c}=\frac{bb+bbtt}{4bt+4c}$$

$$\frac{b+b(t+q)^2}{4(t+q)}=\frac{b+btt}{4t},$$ sicchè si ricava per

il 1.° caso $\quad q=\frac{b-btt+2ct}{bt-c}$, e $t+q=\frac{b+ct}{bt-c}$

per il 2.° $\quad q=\frac{b-btt-2ct}{bt+c}$, e $t+q=\frac{b-ct}{bt+c}$

per il 3.° $\quad q=\frac{1-tt}{t}$, $\quad$ e $t+q=\frac{1}{t}$

Dunque colla velocità risultante da ciascun valore di a si può colpire con due angoli di projezione, che avranno per tangente t, e $\frac{b+ct}{bt-c}$, allorchè il punto è sopra il livello della batteria; t, e $\frac{b-ct}{bt+c}$, quando è al di sotto, e t, ed $\frac{1}{t}$, quando è al medesimo livello, ed in quest' ultimo caso si vede, che li due angoli son compimenti l'uno dell' altro (p.2.).

Si rileva ancora, che esso non può avere che un solo angolo di projezione in qualche caso, cioè allorchè nella prima si ha $t=\frac{b+ct}{bt-c}$, o $t=\frac{\sqrt{(bb+cc)}+c}{b}$, nel secondo $t=\frac{b-ct}{bt+c}$, o $t=\frac{\sqrt{(bb+cc)}-c}{b}$

e nel terzo $t=\frac{1}{t}$, o $t=1$, cioè in quest' ultimo caso allorchè l' angolo di projezione è di 45 gradi.

37. Esaminiamo adesso gli angoli, che le due direzioni per le quali il projetto perviene al medesi-

mo punto, formano colla verticale elevata al punto di projezione, e colla retta tirata da questo punto all' oggetto; si rileva che per la terza posizione ove l' oggetto è al livello della batteria, queste due direzioni fanno coll' orizzontale due angoli l' uno compimento dell' altro, o che valgono insieme l' angolo formato dalla verticale elevata al punto di projezione, e la retta tirata dall' oggetto a questo stesso punto, e che la direzione unica divide ugualmente quest' angolo in due. Riguardo alla prima posizione sieno CAE, cAE li due angoli sotto de' quali essendo spinto il projetto colla medesima velocità colpisca il punto B. Noi abbiamo ritrovato, che se t è la tangente dell' angolo CAE, $\frac{b+ct}{bt-c}$ è la tangente dell' angolo cAE, di cui il compimento cAH; avrà in conseguenza per la tangente $\frac{bt-c}{b+ct}$ (p.2.). Or l' angolo CAB è la differenza de' due angoli CAE, BAE, e quest' ultimo ha per tangente $\frac{c}{b}$ (p. 5.). Dunque la tangente di

$$\text{CAB è (p.13) } \frac{t-\frac{c}{b}}{1+\frac{ct}{b}}=\frac{bt-c}{b+ct}\text{; sicchè l' angolo}$$

CAB $=c$AH, per cui ne siegue, che presi insieme li due angoli CAB, cAB uguagliano l' angolo HAB formato dalla verticale AH, e la retta AB tirata al punto. Si trova ancora nella seconda posizione indicata per la (fig. 13.), che CAB$+c$AB$=$HAB, osservandosi che la tangente dell' angolo CAB$=$

$$\text{CAE+BAE è } \frac{t+\frac{c}{b}}{1-\frac{ct}{b}}=\frac{bt+c}{b-ct}\text{ (p.12.).}$$

38. Conchiudiamo dunque in generale, 1. *Che le due direzioni per le quali un projetto può col-*

pire il medesimo punto colla medesima velocità, fanno colla retta tirata da questo punto all'altro della projezione due angoli, che presi insieme sono uguali all' angolo formato da questa stessa retta, e la verticale; ed è facile di conchiudere in 2. luogo, che la detta direzione unica divider deve sempre quest' angolo in due parti uguali. 3. *Li due angoli di projezione formati dalle prime direzioni e l'orizzontale, valgono sempre insieme un angolo retto, più o meno l'angolo fatto dall' orizzontale, e la retta tirata al punto, secondochè questo è al di sopra, o sotto il livello della batteria.*

Della durata del moto de' projetti.

39. Dal punto B ov' è situato l' oggetto da colpirsi si elevi la verticale BC, che incontri la prima direzione in C, e l' orizzontale in E. Il projetto perviene da A in B nel medesimo tempo, che la forza di projezione li avrebbe fatto percorrere AC, o che il peso l' avrebbe abbassato per l' altezza CB (p.26.), ma conservandosi le medesime denominazioni di sopra, si ha $CE=bt$ (p.5.); dunque $CB=bt-c$ per la prima posizione del punto (fig. 12.); $CB=bt+c$ per la seconda posizione (fig.13.), e $CB=bt$ per la terza (fig.14.) Dunque $\sqrt{\frac{bt \mp c}{15}}$ esprime in secondi il tempo, che il mobile impiega a percorrere la curva AMB, essendo b, e c valutate in piedi. In questa formola del tempo il segno — ha luogo nella prima posizione del punto, il segno + nella seconda, e nella terza $c=o$. Se l' angolo di projezione è di 45 gradi, si ha $t=1$, e la durata del movimento sarà espressa da $\sqrt{\frac{b+c}{15}}$

ESEMPIO I.

Sia un mobile spinto sotto l' angolo di 40 gradi, ed arrivi ad un punto lontano orizzontalmente di 240 piedi al di sopra del livello della batteria; la durata del movimento sarà espressa da

$$\sqrt{\frac{1800 \times 0.8390996 - 240}{15}} = 9,2 \text{ secondi.}$$

ESEMPIO II.

Se l'angolo di projezione è di 30 gradi, la distanza orizzontale dal punto di 1200 piedi, e la sua distanza verticale al di sotto del livello della batteria di 150 piedi, la durata del movimento sarà

$$\sqrt{\frac{1200 \times 0.5773503 + 150}{15}} = 7,5 \text{ secondi.}$$

ESEMPIO III.

Se il punto situato al livello della batteria è lontano di 2000 piedi, e l'angolo di projezione essendo di 60 gradi, si troverà il tempo del corso =

$$\sqrt{\frac{2000 \times 1,7320508}{15}} = 15,2 \text{ secondi.}$$

40. Dall' espressione del tempo $\sqrt{\frac{bt}{15}}$ è facile il dedurre l' ampiezza orizzontale, allorchè si conosce la durata del moto, e l' angolo di projezione. Non bisogna far altro, che il quadrato del tempo espresso in secondi, moltiplicarlo per 15, e dividere il prodotto per la tangente dell' angolo di projezione, e così si avrà l' ampiezza b.

41. Conoscendosi il tempo del corso, l' angolo di projezione, ed una delle distanze dal punto, si troverà l' altra distanza per la formola $\sqrt{\frac{bt \mp c}{15}}$,

mentre nominandosi T il tempo del corso del projetto, si ha $T = \sqrt{\frac{bt \mp c}{15}}$, da cui si ricava $b = \frac{15TT \pm c}{t}$ o $\mp c = 15TT - bt$. Nel valore di b si prenderà $+c$, se il punto è al di sopra del livello della batteria, e $-c$ se è al di sotto. Se conoscendosi b si domanda la distanza verticale dal punto, si dovrà conchiudere, che questo è al di sopra del livello della batteria se si trova c positiva, ed al di sotto se questo valore è negativo.

Dell' ampiezza orizzontale.

42. Quando il punto che si vuol colpire è al livello col punto di projezione, si ha $c=0$, e l' equazione generale $bb+bbtt=4abt\mp4ac$ diviene $bb+bbtt=4abt$, da cui si tira $b=\frac{4at}{1+tt}$. Dunque a velocità uguali le ampiezze, o portate orizzontali sono come $\frac{4t}{1+tt}$, o come $\frac{2t}{1+tt}$. Ora $\frac{2t}{1+tt}$ (p.1.) è il seno dell' angolo doppio di quello che ha per tangente t; dunque le ampiezze sono come i seni de' doppj angoli di projezione.

43. Si ottiene dunque la più grande ampiezza allorchè l'angolo di projezione è di 45 gradi, giacchè l'angolo doppio di questo è l'angolo retto, a cui corrisponde il più gran seno.

44. Siegue ancora dallo stesso principio, che l' ampiezza sotto 15 gradi è la metà dell'ampiezza che corrisponde a 45 gradi, perchè queste ampiezze sono fra loro, come il seno di 30 gradi è a quello dell'angolo retto, cioè come 1 è a 2.

45. Allorchè l' angolo di projezione è di 45 gradi, la sua tangente è uguale al raggio $=1$; mettendo questo valore di t nell' equazione $b=\frac{4at}{1+tt}$

trovata nel (p.42.), si avrà $b=2a$. Dunque sotto 15 gradi si ha l'ampiezza $b=a$ (p.43.).

Della più grande altezza del getto.

46. L'asse della parabola che descrive il projetto essendo verticale, è chiaro che la sommità di quest'asse è il punto più elevato della curva al di sopra l'orizzontale, che passa per il punto di projezione, e che corrisponde alla metà dell'ampiezza. Ora essendosi veduto (p.42.), che l'ampiezza è $\frac{4at}{1+tt}$; dunque mettendo la sua metà $\frac{2at}{1+tt}$ in luogo di b nell'equazione $bb+bbtt=4abt\mp 4ac$, risulterà $c=\frac{att}{1+tt}$ per l'espressione della più grande altezza, alla quale può elevarsi un projetto colla sua velocità dovuta all'altezza a, e l'angolo di projezione di cui t è la tangente.

47. Le più grandi elevazioni de' projetti sotto differenti angoli, e colla medesima velocità sono dunque come $\frac{tt}{1+tt}$, di cui la radice quadrata $\frac{t}{\sqrt{(1+tt)}}$ è il seno di un'angolo che hà per tangente t (p.1.). Dunque le più grandi altezze, alle quali il mobile si eleverà, sono tra loro come i quadrati de' seni degli angoli di projezione.

48. Allorchè l'angolo di projezione è di 45 gradi, si ha $t=1$, e $c=\frac{1}{2}a$; dunque in questo caso della terza posizione del punto, la più grande altezza è il quarto dell'ampiezza.

49. Ciò che si è detto della teoria del moto de' corpi projettati nel vuoto, può applicarsi a tutti li projetti, qualunque sia il mezzo che s' impiega per imprimergli il moto. La balestra degli antichi, la loro fionda, e le arme a fuoco de' moderni vi

sono ugualmeute sottoposte; ma nell'uso di queste ultime si trae il massimo de' vantaggi dalla nostra teoria: l'angolo della projezione si determina colla più gran precisione, e quantunque l'agente che s' impiega sia soggetto a grandi variazioni, nondimeno in moltissime circostanze si perviene a conoscere con molta esattezza la forza ch'esso esercita. Il mio disegno non è di entrare nel dettaglio di tutte le pratiche, che esige il tiro delle arme da fuoco, ma non mi posso dispensare di quelle; che contribuiscono all'aggiustatezza de' tiri, prendendo in considerazione le arme le più usitate, come il mortaro, il cannone, ed il fucile.

Del tiro del mortaro.

50. Per procurare tutta l'aggiustatezza possibile, di cui è suscettibile il tiro del mortaro, si comincia con battere, ed assodare il terreno, ove dovrà esser situato. Si deve stabilire una piatta forma di forti tavoloni, che si costruisce il più orizzontalmente ch'è possibile, e su questa vien situato il mortaro, montato sul proprio affusto. Noi vedremo quanto prima, che non è necessario di assoggettare la piattaforma ad essere di un perfetto livello, e perciò questa esatta precauzione può trascurarsi, giacchè da una piattaforma anche solidamente costruita, non si deve sperare che conservi il suo livello, dopo che il mortaro avrà sparato qualche colpo, o particolarmente se è un grosso mortaro, e che vi s'impieghi una grossa carica. E' poi anche indifferente, che li due orecchioni del mortaro sieno orizzontalmente situati sull'affusto.

51. La seconda precauzione a prendersi concerne la carica della polvere situata nella camera del mortaro. Il più essenziale ad osservarsi su questo riguardo è di fare in maniera, che le cariche uguali potessero esercitare la medesima forza: or tutto corpo estraneo che si potrebbe introdurre nella ca-

mera colla polvere, sia per contenerla, sia per riempire lo spazio tra la bomba e la carica, non mancherà di nuocere a quella uniformità, che si dovrebbe attendere da cariche uguali. Io penso dunque, che per evitare le irregolarità che potessero risultare dalla disposizione della polvere, il metodo migliore sarebbe di metterla in un cartoccio di carta, e di assoggettarlo nel fondo della camera col mezzo di una semplice, e leggiera compressione.

52. Bisogna portare in seguito l'attenzione sulle bombe. Se il moto si facesse effettivamente nel vuoto, o in un mezzo non resistente, come noi l'abbiam supposto in questa prima sezione, sarebbe inutilissimò di considerare il peso, ed il diametro delle bombe: queste quantità non avendo alcuna influenza sul movimento de' corpi nel vuoto, se n' è potuto fare astrazione nella teoria precedente; ma poichè le bombe si muovono realmente in un mezzo resistente, noi vedremo, che per la regolarità del tiro bisogna necessariamente, che quelle del medesimo calibro abbiano ancora il medesimo peso e lo stesso diametro.

53. Si situa la bomba nel mortaro in modo, che il suo asse si confonda con quello dell' anima del mortaro. Io chiamo asse della bomba la linea retta che contiene il suo centro di gravità, e quello di figura. Allorchè la bomba è ben fatta, questa linea è un diametro che passa pel centro dell'occhio. Per fissare la bomba in questa situazione si servono de'varj mezzi, più o meno efficaci. Le stecchette sono senza esitazione le migliori, che si possono impiegare. Queste sono de' parallelepipodi di legno di 9, a 10 linee di larghezza, e di 3 in 4 pollici di lunghezza, e di cui la grossezza uguaglia la metà del vento della bomba. Se ne situano quattro attorno la bomba infossandole il più ugualmente ch' è possibile al di sotto del suo cerchio orizzontale. Ma la configurazione attuale de' mortari essendo causa, che le stecchette dopo aver oltrepassato

questo cerchio, son forzate di curvarsi per entrare nel sito ove è riposta la bomba, si rende difficile che queste adempissero all'oggetto, opponendo tutte quattro la stessa resistenza; condizione essenziale che si richiede per l'aggiustatezza de' tiri, e che non si può ottenere dando all'anima de' mortari la forma proposta. E' qualche anno che un' uffiziale superiore di artiglieria si è utilmente occupato di tutto ciò, che ha rapporto al servizio di quest' arma. Niente impedirebbe allora che le dette stecchette non fossero ugualmente infossate, la bomba sarebbe ugualmente contenuta in tutto il suo giro, la sua direzione meglio assicurata, ed il tiro molto più regolare (*a*).

54. In fine s'inclina il mortaro secondo l' angolo di projezione, che il suo asse deve formare coll'orizzontale, e si dirige verso l'oggetto che si vuol colpire. Questa pratica ch'è il compimento di tutte le altre per l'aggiustatezza del tiro del mortaro, è fondata sul principio seguente. L'asse del mortaro

(a) M. Pillon d'Arcquebouville aveva proposto di prolungare di qualche pollice la parte cilindrica dell'anima del mortaro in modo, che si potesse lasciare una ritirata larga 2 linee, per servire di appoggio alle stecchette. Con questo mezzo nel mortaro da 12 pollici la lunghezza dell'anima sino alla ritirata sarebbe di 14 pollici, 1 lin., e 6 punti. Si è sicuro allora che le dette stecchette essendo appoggiate sopra questa ritirata sono ugualmente affondate, e che situate all'estremità de' diametri verticali, ed orizzontali, la bomba è ugualmente assoggettata nel suo giro. Le pruove fatte a Metz nel 1769, ed a Dovai nel 1770 provano ancora che questa configurazione molto contribuisce alla conservazione de' mortari, e che influisce sull' aggiustatezza de' tiri.

può esser considerato come l' intersezione comune di una infinità di piani che sono tutti verticali, allorchè il mortaro è in una situazione verticale; ma se esso è inclinato, non ha più di un solo piano, che li sia verticale, e questo è il piano unico, nel prolungamento del quale si trova la trajettoria descritta dalla bomba, che bisogna dirigere verso l' oggetto che si vuol colpire. E' facile ancora di vedere, che la situazione della piattaforma orizzontale niente influisce sull' esistenza di questo piano verticale, e questo è che mi ha fatto dire più sopra, che l'aggiustatezza del tiro del mortaro non dipende dal livello della piattaforma, nè da quello dell'orecchioni. Non vi è altro dunque, che determinare nel mortaro la posizione di questo piano, e dirigerlo sull'oggetto, e dare al mortaro una conveniente inclinazione secondo le circostanze. L' istrumento che per questo s'impiega, si nomina quarto di cerchio, ed essendo conosciuto, è inutile di entrar quì nel dettaglio della sua descrizione, e della maniera di servirsene: io dirò solamente che altri uffiziali hanno ancora immaginati de' mezzi semplicissimi, e molto ingegnosi per adempire al medesimo oggetto, ma senza aggiunger niente alla solidità del primo quarto di cerchio, che a questo riguardo finora ha meritato la preferenza su tutti gli altri.

Della forza di projezione della polvere nel mortaro.

55. Per conoscere la forza che una carica di polvere è capace di esercitare nel mortaro, o la velocità ch'essa può comunicare alla bomba, si tirerà un colpo di prova con questa carica, dando al mortaro l'inclinazione che si vorrà, ma tale, che la bomba non resti lungo tempo esposta all' azione della resistenza dell'aria., onde si possa dedurre una velocità più approssimante alla vera. Essendosi ti-

rato un colpo, dovrà assicurarsi della situazione del punto di caduta relativamente al punto di partenza, misurando la sua distanza orizzontale per avere il valore di b, e la sua distanza verticale avere quello di c. Conoscendosi dunque le quantità b, c, e la tangente t dell'angolo di projezione, si servirà dell'equazione $a = \frac{bb + bbtt}{4bt \mp 4c}$ (p.34.), che darà il valore di a, e per conseguenza la velocità della bomba (p. 34).

Sia per esempio il colpo di pruova stato fatto con quattro once di polvere, e che inclinandosi il mortaro di 20 gradi, la bomba sia stata portata alla distanza orizzontale di 90 tese, o 540 piedi ad un punto elevato di 20 piedi al di sopra del livello della batteria; si troverà $a = 468$ piedi, e si conchiuderà che la carica di 4 once di polvere comunica alla bomba da 8 pollici una velocità di circa piedi 168 per secondo.

56. Se il punto di caduta è di livello col punto di partenza, potrà farsi uso della formola $a = \frac{b + btt}{4t}$ per trovare la velocità della bomba. In questo caso è sufficiente di avere la portata sotto un angolo dato, per conoscere l' ampiezza orizzontale sotto tutt'altro angolo colla medesima carica, poichè queste ampiezze sono proporzionali ai seni de' doppj angoli di projezione (p.42.). Questo è il principio col quale sono state calcolate le tavole del bombardiere francese da M. Bellidoro; tavole inutili, giacchè è facilissimo di supplirvi colle tavole ordinarie de' seni, e difettose nella pratica, perchè suppongono, che il movimento della bomba si faccia nel vuoto.

57. Quantunque la formola $a = \frac{b + btt}{4t}$ non dà la forza di projezione, o la velocità del projetto allorchè esso si muove in un mezzo resistente, può intanto servire a paragonare le velocità risultanti da

due cariche di polvere, che poco differiscono fra loro, o la velocità che produce la medesima carica di due specie di polveri di qualità diverse. Per esempio il piccolo mortaro, di cui si serve per provare le polveri, essendo diretto sotto l' angolo costante di 45 gradi, darebbe $a = \frac{1}{2}\ b$ nel vuoto, ma quantunque nell'aria si abbia sempre $a > \frac{1}{2}\ b$, si può senza sensibile errore considerare le forze di projezioni espresse per a come proporzionali alle ampiezze b; e poichè le velocità dovute alle altezze a sono in ragione di $\sqrt{a}$, si potrà conchiudere, che queste velocità sono ancora come $\sqrt{b}$. Dunque provando due specie di polveri, e che con tre once di una il globo sia portato alla distanza b, e colla medesima carica dell'altra vada alla distanza B, non vi sarà nessuno inconveniente conchiudendo, che le velocità risultanti allo stesso mobile colla medesima carica, sono tra loro come $\sqrt{b} : \sqrt{B}$, cioè come le radici quadrate delle portate ottenute col mortaro di pruova.

58. Si può ancora trovare la velocità di una bomba, per il tempo ch'essa impiega a percorrere la trajettoria, mentre questo tempo essendo lo stesso di quello, che impiegherebbe a percorrere la retta AC (Fig. 12) con un movimento uniforme (p. 26) in virtù della forza di projezione se agisse sola sul projetto; è chiaro che dividendo questo spazio AC per il tempo, si avrà la velocità. Basta per ciò allora di misurare una delle due distanze dal punto di caduta, cioè l'orizzontale, o la verticale, per aver l'altra per la formola del tempo espressa da $\sqrt{\frac{bt \mp c}{15}}$ (p. 39.)

L'osservazione del tempo potendo essere di una grande utilità in una infinità di circostanze, e principalmente nel movimento de' projetti per conoscerne la durata, non sarà fuori di proposito di entrar.

qui in qualche dettaglio per la maniera di farlo rilevare con qualche precisione.

Della maniera di osservare il tempo.

59. Per conoscere il tempo, che un projetto impiega in percorrere la sua trajettoria dal punto di partenza, sino all' altro di caduta, può servirsi di una mostra, della quale si conterà il numero delle vibrazioni ch' essa segnerà durante quest' intervallo. L' istante dell' infiammazione, e l' altro della caduta sono li termini fra quali bisogna contare le vibrazioni, o battute della mostra. Bisogna quì impiegare la più gran precisione, perchè una vibrazione di più, o di meno può portare una differenza notabile, particolarmente se il mobile ha una gran velocità; e che il punto di caduta sia poco lontano. La durata di ciascuna vibrazione della mostra essendo conosciuta, per il loro numero si conoscerà il tempo che si cerca. L' uso ordinario delle mostre essendo limitato ad indicar le ore, ciò che si osserva sulla marca delle sfere, su delle quali si porta comunemente tutta l'attenzione, senza imbarazzarsi del dettaglio della costruzione, che serve a regolare la durata delle vibrazioni: questa conoscenza intanto essendo necessaria per un gran numero di osservazioni, vediamo come si potrà procurare. Si farà smontare la mostra da un' orologiajo, e si esaminerà quanti denti ha, ed ale. 1. Nella ruota che porta la sfera de' minuti, la quale fa un giro per ora. 2. Nella ruota mezzana, ed il suo rocchetto. 3. Nella ruota di campo, e suo rocchetto. 4. Nella ruota di rincontro, e suo rocchetto. Nominando L il numero de' denti della ruota che porta la sfera de' minuti, M il numero de' denti della mezzana, *m* il numero delle ale del suo rocchetto; C il numero de' denti della ruota di campo, e c quelle delle ale del suo rocchetto, R il numero de' denti della ruota di rincontro, ed *r*

l' altro delle ale del suo rocchetto; la formola $\frac{L \times M \times C \times 2R}{m \times c \times r}$ esprimerà il numero delle vibrazioni che la bilanciola fa in un ora, o il numero delle battute che si sentono mettendosi la mostra all' orecchio. Dividendo questo numero per 60, si avrà il numero delle vibrazioni che fa in un minuto, e se questo secondo numero si divide ancora per 60, si avrà il numero delle vibrazioni per secondo (*a*).

Supponiamo per esempio che la ruota che porta la sfera de' minuti abbia 56 denti, la ruota mezzana 54, ed il suo rocchetto sette ale, la ruota di campo 48 denti, ed il suo rocchetto sei ale; e la ruota di rincontro 15 denti, ed il suo rocchetto sei ale, mettendo questi valori nella formola di sopra, si troverà $\frac{56 \times 54 \times 48 \times 30}{7 \times 6 \times 6} = 17280$, vale a dire, che una simile mostra fa 17280 vibrazioni per ora, $\frac{17280}{60}$, o 288 per minuto, e $\frac{288}{60}$, o $4 \frac{4}{5}$ per secondo, per cui è facile di vedere, che 24 vibrazioni fanno 5 secondi, 36 fanno $7 \frac{1}{2}$ secondi, e così di seguito.

Ciò non è tutto, e si rischierebbe di avere una osservazione non esatta, ed imperfetta, se non vi si perviene con un metodo sicuro a contare le vi-

---

(a) Seguendo la nuova divisione del tempo, è facile di costruire le mostre di maniera, che la bilanciola faccia 40000 vibrazioni in un' ora, ch' è la decima parte del giorno, e come questa nuova ora si suddivide in 100 minuti, ed il minuto in 100 secondi, è chiaro che la bilanciola farà 4 vibrazioni per secondo.

brazioni con facilità, e di maniera da poterne ritenere il numero senza confusione.

Quel metodo che io consiglio di seguire, e di cui io mi son sempre servito con successo, è di applicare la mostra all'orecchio, e contare le vibrazioni quattro, a quattro, dicendo una, due, tre, quattro; una, due, tre, quattro; una, due, tre, quattro, ec. colla medesima velocità, che le vibrazioni si fanno sentire. Ma per meglio assicurarsi del numero delle volte che voi avrete contato quattro vibrazioni, invece di pronunziare la parola *quattro* a ciascuna quarta vibrazione, pronunziate successivamente a suo luogo uno, due, tre, quattro, cinque ec. e dite uno, due, tre, *UNO*, uno, due, tre, *DUE*, uno, due, tre, *TRE*, uno, due, tre, *QUATTRO*, uno, due, tre, *CINQUE*, uno, due, tre, *SEI* ec. con questo mezzo l'ultimo numero pronunziato indicherà sempre quante volte voi avrete contato quattro vibrazioni, e questo numero moltiplicato per 4 darà il numero delle vibrazioni contate durante l'osservazione. Vi si aggiungerà poi 1, 2, o 3, se l'osservazione si è terminata alla prima, alla seconda, o alla terza delle quattro ultime vibrazioni. Se per esempio osservandosi il movimento di una bomba spinta sotto un'angolo di 30 gradi, si sieno contate 27 vibrazioni della mostra, e che la bomba sia caduta alla distanza orizzontale di 120 tese, o 720. piedi, si troverà immediatamente che con una simile mostra a quella descritta di sopra, 27 vibrazio-

---

Li nuovi secondi si troyano essere agli antichi nel rapporto di 108 : 125; la velocità del suono sarà di $\frac{108}{125} \times 173$ tese $=$ 149,47 tes., o di 291,23 metri.

Siegue dal medesimo rapporto, che la lunghezza del nuovo pendolo a secondi, quella dell' antico essendo di 3. 0. 8, 57 (p. pol. lin.), è di 2. 3. 10, 23 (p. pol. lin.) $=$ 0,7535 metri, che può ancora servire a misurare il tempo

ni corrispoudono a $5\frac{5}{8}$ secondi. Ora AC $= b\sqrt{1+tt}$ $= 831, 4$; dividendo dunque questo numero per $5\frac{5}{8}$, si avrà 148 piedi circa per la velocità della bomba. E poichè il tempo è espresso per la formola $\sqrt{\frac{bt \mp c}{15}}$ (p. 39), l'equazione $\sqrt{\frac{bt \mp c}{15}} = 5\frac{5}{8}$ darà il valore di c, il quale perchè è negativo, fa vedere che il punto di caduta è circa 59 piedi al di sotto della batteria.

E' inutile di trattenersi di più sul tiro de' mortari moltiplicando gli esempj; giacchè non si farebbe altro, che ripetere ciò ch' è stato detto nella teoria precedente degli angoli di projezione, e delle altre circostanze, che accompagnano il moto de' projetti. Passiamo al tiro del cannone.

Del tiro del cannone.

60. Li principali elementi che entrano nella teoria del tiro del caunone, e della conoscenza da cui dipende essenzialmente la precisione di questo tiro, sono 1. la velocità della palla, o il tempo ch' essa impiega a percorrere la trajettoria, 2. le dimensioni del cannone, 3. la distanza dell' oggetto che si propone di colpire.

61. Puntare un cannone, è dirigere il piano verticale che passa per il suo asse sull' oggetto che si vuol colpire, dando a quest' asse una inclinazione conveniente.

62. Il colpo d' occhio bene esercitato è il mezzo più semplice, ed il più esatto, che si possa impiegare, per determinare la situazione di questo piano verticale nel cannone; esso divide sempre il pezzo in due parti uguali perfettamente, e simili, astrazione fatta de' manichetti, e degli orecchioni; di maniera che nella sezione si trovano le parti le più elevate della superficie esteriore, e per con-

seguenza li suoi due punti più alti, uno all' estremità della culatta sulla fascia alta, e l' altro verso la bocca sulla gioja. La linea tirata per questi due punti serve a dirigere il pezzo verso l' oggetto, e questa è la direzione in cui deve essere situato l' occhio del cannoniere per puntarlo.

63. Così per puntare un cannone bisogna dirigere la visuale secondo la linea retta che rade la superficie esteriore, e passa per l' estremità delle parti le più elevate della culatta, e della bocca. Questa linea è nominata *Linea di mira*, o *raggio visuale*, che bisogna dirigere col cannone verso l' oggetto, che la palla deve colpire.

64. Allorchè le ruote dell' affusto, e gli orecchioni del pezzo sono di livello, la lumiera si deve trovare nel piano verticale che passa per l' asse del cannone; perciò bisognerà procurare nella costruzione degli affusti, e delle piatteforme, che non abbiano il difetto di pendere più da una parte che dall' altra. Il cannoniere fa benissimo di situare l' occhio dirimpetto la lumiera per puntare il pezzo, ma se per qualche cagione l' asse degli orecchioni non è situato orizzontalmente, si può incorrere in errore per la vera direzione del pezzo; il punto che corrisponde allora sulla fascia alta di culatta non essendo il più elevato, per conseguenza non sarà nel piano verticale che passa per l' asse del cannone. E' vero per altro che dirigendo la visuale secondo un' altro piano verticale parallelo a questo quì, l' errore sarebbe insensibile in quanto alla direzione, ma oltre che la cosa è difficilissima, ne risulterebbe ancora molta incertezza nella valutazione dell' angolo di projezione. Per evitar dunque tutti questi inconvenienti, io penso, che la miglior maniera di puntare un pezzo con aggiustatezza, sarebbe di situarsi tre, o quattro piedi in dietro la culatta, e mirare per li due punti, che sembrassero li più elevati sulla fascia alta di culatta, e sulla gioja senza imbarazzarsi nè della lumiera, nè di altri bot-

toni di mira, di cui l'uso è sempre inutile, e spesso nocevole all'aggiustatezza de' tiri. Tutto consiste a trovare questi due punti, e porli insieme nell'istesso allineamento coll' occhio, ed il punto che si vuol colpire. L' esperienza spesso ha giustificata la preferenza che si deve a questa maniera di puntare su quella che è comunemente in uso, la quale esige che gli orecchioni del pezzo sieno orizzontalmente situati, mentre questa condizione rarissime volte ha luogo. Del resto tutto ciò che noi abbiam detto è veramente utile nel caso che si esiga una gran precisione per l' aggiustatezza del tiro, e della direzione, e si vede bene, che per gli oggetti che hanno una certa estensione orizzontale, si è dispensato di traguardare così da vicino: L' angolo di projezione relativamente alla distanza dell' oggetto è allora ciò che si ha più di essenziale da considerarsi.

Della velocità della palla.

65. Se noi avessimo una conoscenza perfetta di tutte le proprietà delle materie che entrano nella composizione della polvere, se noi conoscessimo li gradi di espansibilità del fluido elastico, in cui risiede tutta la forza di questo agente; la maniera con cui si sviluppa nell' infiammazione, e come esercita il suo sforzo; sarebbe inutile di ricorrere ad altri mezzi per determinare la velocità che una carica di polvere può imprimere al projetto. Per altro non si è lasciato di tentare diverse teorie per dedurre dalla natura stessa della polvere la forza ch' essa è capace di esercitare, ma benchè di accordo coll' esperienza in certi casi particolari, queste teorie se ne allontanano talmente in una infinità di altri, che il loro uso ci espone continuamente all' incertezza. Noi dunque ci limiteremo quì all' esame degli effetti della polvere, senza imbarazzarci delle loro cause, consultandoci coll' esperienza, e ne

indicheremo tutt' i metodi che bisogna seguire per ben consultarla.

66. La velocità di una palla si trova, o per il tempo che ha posto in percorrere la sua trajettoria dall'uscire della bocca del pezzo, sino al punto di caduta, e per l'angolo di projezione, e la situazione del punto di caduta, relativamente al punto di partenza.

Il tempo che una palla, o una bomba impiega a percorrere la sua curva può osservarsi col mezzo di una mostra, ma questo tempo essendo cortissimo; ordinariamente il minimo errore può cagionarne un'altro più considerevole. Io non consiglierei dunque d'impiegar questo metodo, che colla più gran precauzione, ed in mancanza di tutt' altro metodo. Eccone uno molto più esatto, e praticabilissimo nelle scuole di artiglieria: esso dipende dalla velocità colla quale il suono si propaga, e che si è trovata essere di 173 tese a secondo. Per servirsene, un osservatore si situerà vicino allo spaltone in un lato, ove potesse veder la palla colpire contro questo spaltone al medesimo istante ch'egli sentirà il rumore del colpo del cannone. Non sarà difficile di trovare questa posizione quando si sarà prevenuto, che se si vede arrivare la palla al punto prima che si sente il colpo del cannone, questa situazione è troppo lontana dalla batteria, onde per conseguenza bisognerà accostarvisi. Se al contrario si sente il rumore avanti che la palla vi sia arrivata; si sarà troppo vicino al cannone, e perciò converrà allontanarsene. Essendosi trovato questo punto, si misurerà la distanza dal cannone, e si cercherà quanto tempo ha dovuto impiegare il rumore per far questo transito a ragione di 173 tese a secondo; questo tempo sarà ancora quello, che la palla avrà posto per andare dalla batteria allo spaltone; o bersaglio, e darà la sua velocità.

Sia per esempio la distanza dalla batteria al bersaglio di 215 tese, e che un'osservatore situato a

216 tese dal cannone senta il rumore nel medesimo istante, che egli ha veduto la palla colpire il bersaglio; e poichè la velocità del suono è di 173 tese a secondo, le 216 tese saranno state percorse in $\frac{216}{173}$ di secondo; e come la palla nel medesimo tempo ha percorso 215 tese, o più esattamente 217 tese per la curvatura dal suo cammino, la sua velocità espressa in secondi sarà $\frac{217 \times 173}{216}$ tese, o di 1042 piedi. Si sarebbe trovata la stessa velocità col divario di un piede circa, servendosi della mostra descritta nel (p. 59).

67. E' necessario rimarcare che la velocità di cui abbiam parlato, non è quella della palla all' uscire del cannone, nè quella che le resta arrivando al bersaglio. Questa è una velocità media tra queste due, colla quale la palla percorrerebbe lo stesso spazio con moto uniforme nel tempo trovato coll' osservazione. Questa velocità sarebbe differente anche colla stessa forza di projezione, essendo il punto più, o meno lontano dalla batteria. Siccome per l' aggiustatezza del tiro è essenziale di conoscere il tempo impiegato nel cammino della palla dalla batteria al bersaglio, sarebbe a desiderarsi che delle simili osservazioni fossero moltiplicate nelle scuole, ed estese a tutte le cariche d' uso per tutti li calibri, ed a diverse distanze.

68. L' angolo di projezione dà ancora un altro mezzo più esatto del precedente, per conoscere il tempo, che la palla impiega a percorrere un certo spazio; ma per servirsene bisogna unirci la conoscenza della posizione del punto di caduta riguardo alla bocca del cannone, cioè la distanza orizzontale da questo punto, e la quantità di cui è più alto, o più basso del livello della bocca del cannone: è facile di assicurarsi di questa situazione col mezzo della livellazione: Quando all' angolo di projezione, come pochissime volte avviene, che la

palla sortendo dal pezzo siegue la direzione del suo asse, si sbaglierebbe spesso, se ci attenessimo all' angolo che l'asse del cannone fa coll' orizzonte, il quale sovente differisce da quello della prima direzione del projetto. Questa differenza che apporta spessissimo delle irregolarità nelle portate, proviene principalmente dal vento della palla; la minor scossa contro l' alto, ed il basso della bocca del cannone, abbassa, o eleva la palla, cambia la sua direzione, ed augumenta, o diminuisce per conseguenza le portate. Si conta dunque tirare sotto un angolo, e la palla parte sotto un angolo diverso meno o più aperto. Quantunque non si possa prevedere sotto qual' angolo la palla sortirà dal cannone, ciò che menerà sempre in una sorgente d' irregolarità inevitabili, non di meno è importantissimo di sapere sotto qual angolo essa parte, per dedurne la sua velocità, e sopratutto nelle piccole inclinazioni, che ordinariamente si danno al cannone, perchè la minor differenza ne' piccoli angoli ne produrrebbe delle considerabilissime nelle portate; e si fa molto per supplire all'irregolarità delle portate prendendone una media sopra tutte quelle, che si sono ottenute colla stessa carica, e la medesima inclinazione del cannone; cosa che per altro non conduce ad una conoscenza certa. Bisognerebbe perciò che la somma degli errori in eccesso fosse precisamente uguale alla somma degli errori in difetto, ciò ch' è contro la vera somiglianza. Non si può dunque servirsi utilmente delle portate per dedurne la velocità della palla, che allor quando si conoscerà l'angolo di partenza. Ecco come si può pervenire alla conoscenza di quest' angolo.

Trovare l' angolo di partenza di una palla.

69. Per conoscere la direzione che prende la palla sortendo dalla bocca del cannone, basta assicurarsi della posizione di un punto per ove passa questa di-

rezione ad una distanza conosciuta dal pezzo. A tale effetto si pianteranno due picchetti (fig. 15) uno P al di sotto della bocca A del cannone, e l'altro Q alla distanza di quattro tese sulla linea del tiro. Questo quì deve esser bucato alla testa per ricevere una riga BC di legno di abete, di tiglio, o di pioppo sottilissima, di tre, o quattro pollici di larghezza, e di altezza tale che la palla potesse incontrarla qualche pollice al di sotto dell'estremità superiore B. Il picchetto Q di cui l'altezza fuori terra è circa tre piedi, deve esser piantato in modo, che la riga BC sia in una posizione verticale, e la sua faccia perpendicolare al piano verticale del tiro. Il picchetto P potrà esser meno elevato dell'altro; si marcherà sulla sua testa un tratto parallelo alla fessura del picchetto Q, e ciò per poter misurare fra queste due linee esattamente la distanza de' due picchetti, che noi supporremo di quattro tese. Si assicurerà ancora per mezzo della livellazione della quantità, per cui la testa del picchetto Q è più elevata dell'altra del picchetto P. Infine si avrà una riga R di tre piedi, divisa in piedi, pollici, e linee: questa riga essendo situata verticalmente sul tratto del picchetto P, servirà a situare la bocca del cannone a quattro tese dalla riga BC, ed a misurare in ciascun colpo la quantità di cui la parte inferiore *m* della bocca del cannone è più elevata della testa del picchetto P, per cui si rileverà quanto questo punto *m* del pezzo è più elevato della testa del picchetto Q.

Tutto essendo così disposto, ed il pezzo diretto orizzontalmente sulla riga BC, come alla distanza di quattro tese la palla non è ancora sensibilmente abbassata per il suo peso, è chiaro che essa siegue la direzione dell'asse dell'anima o del cannone; il punto *i* ove il basso della palla incontra la riga BC, sarà al medesimo livello del punto *m*, ciò che si vedrà misurando l'altezza del punto *i* al di sopra della testa del picchetto. Ma se, per un'urto

contro la parete inferiore della bocca la palla si eleva nel sortire dal pezzo, il punto g rotto per il basso della palla sarà più elevato che il punto i, o il punto m; misurando dunque gi, e prendendo l' orizzontale mi per raggio o seno massimo, gi sarà la tangente dell' angolo di partenza gmi. La linea orizzontale mi, che si considera quì, è quella che passa per il basso della bocca del cannone, perchè questo è il basso della palla, di cui si vede l' impronto sulla parte inferiore della riga: questa parte resta ferma nella sua situazione, e la parte superiore è elevata, e gettata lontano. Io mi sono più volte assicurato, che questa impressione è esattamente una parte della circonferenza della palla, la quale allorchè incontra la riga nel mezzo della sua larghezza o presso a poco, porta via precisamente un pezzo dell' altezza del suo diametro.

Essendosi conosciuto dunque l' angolo di projezione per la sua tangente, si misureranno le distanze orizzontali, e verticali del punto di caduta, e si calcolerà in seguito la velocità della palla per l' equazione $a = \frac{bb+bb\,tt}{4tb \mp 4c}$ (p.34.), ed il tempo per la formola $\sqrt{\frac{tb \mp c}{15}}$ (p.39.).

Potrebbe darsi, per poco che il peso avesse abbassata la palla da un picchetto all'altro, e che la velocità, la quale si va cercando fosse un poco più grande, che la velocità reale della palla: in questo caso non è gi, che bisognerebbe prendersi per la tangente dell'angolo di projezione, ma gi agumentata della quantità, di cui la palla si è abbassata andando da m in g. Per trovare questa quantità si può servirsi della velocità stessa che si è calcolata, dopo della quale, e supponendo il moto uniforme, si cercherà il tempo impiegato a percor-

rere lo spazio mg di quattro tese (a), da cui si tirerà l'abbassamento della palla durante questo tempo a ragione di 15, 1 pollice durante il primo secondo. La prima tangente gi agumentata di questo abbassamento, è la nuova tangente che bisognerà impiegare, per calcolare la velocità della palla, ed il tempo del suo corso sino alla caduta. Noi andiamo a rischiarire con un esempio la maniera di procedere, ed il calcolo di questa sperienza.

Esempio. Li due picchetti P, e Q essendo a quattro tese l'uno dall'altro, gettato un colpo di livello sulle loro teste ha fatto vedere, che la testa di picchetto P era di 7 pol. 6 linee più bassa, che quella del picchetto Q. Si è caricato il pezzo del calibro da 16 con quattro libbre di polvere, posta in un cartoccio di carta, che si è semplicemente compresso nel fondo della camera, e la palla al di sopra, ed un piccolo tappo di fieno attaccato con un sol colpo dell'attaccatojo. La detta riga R essendosi posta verticalmente sul tratto del picchetto P, si è avanzato il cannone sino a questa riga, e si è diretto orizzontalmente col mezzo di un quarto di cerchio, ciò che dà esattamente quattro tese per la distanza dalla bocca del cannone alla riga BC situata verticalmente nell'apertura del picchetto Q. Si è veduto ancora per la detta riga R, che il basso della bocca del cannone, cioè il punto m era elevato al di sopra del picchetto P di 17 pol. 6 l., e per conseguenza di 10 pol. al di sopra del picchetto Q; cioè il punto i, ove l' orizzontale menata dal punto m ha incontrato la riga BC, era di

(a) Il lettore non deve perdere di vista, che in questa sezione si tratta del moto de' projetti nel vuoto, non dovendosi trattare della resistenza dell' aria, che nella sezione seguente.

10 pol. al di sopra di questo picchetto. Il colpo essendosi tirato, l'impressione g del basso della palla sulla riga BC si trova a 12 poll. 6 lin. al di sopra del picchetto, o a 2 pol. 6 lin. al di sopra del punto i. La palla si è dunque elevata nel sortire dal pezzo, ed è partita sotto un' angolo gmi, di cui la tangente $= \frac{gi}{mi}$ prendendosi l' unità per raggio (p.5.). Il logaritmo di questa tangente è 7,9385475, a cui corrisponde un'angolo di 0° 29' 50". Avendo in seguito misurato la distanza del punto di caduta, si è trovata essere a 1377 piedi dalla bocca del cannone, e di 11 pi., o pol. 9 lin. più basso, che il punto m, ciò che dà $b=1377$, $c=11,0625$; questi valori sostituiti nell' equazione $a=\frac{bb+bhtt}{4tt+4c}$, e nella formola $\sqrt{\frac{tb+c}{15}}$, danno 1117 piedi a secondo per la velocità della palla, ed 1,237" per il tempo del corso.

Vediamo adesso se si deve fare qualche correzione a questa velocità, la quale sicuramente è troppo grande: se il peso ha abbassata la palla intanto che ha percorso lo spazio mg di quattro tese, o 24 piedi, come la differenza non può essere molto considerevole, noi impiegheremo la velocità stessa che abbiamo trovata, per conoscere il tempo che la palla ha posto in percorrere 24 piedi; questo tempo sarà di $\frac{24}{1117}$ di secondo, di cui il quadrato moltiplicato per 15,1 piedi, dà 1,09409 lin. per l'abbassamento della palla, allorchè ha incontrata la riga BC. Questa quantità aggiunta a $gi = 2$ pol. 6 lin., dà 2 pol. lin. 7,00409, o 2,58367 pol.; per la nuova tangente dell' angolo di projezione, prendendosi 24 piedi, o 288 pollici per raggio. Il logaritmo di questa tangente è 7,9528449, a cui corrisponde un' angolo di 0° 30'50". Questa nuova tan-

gente posta nelle formole $\frac{bb+bb\,tt}{4tb+4c}$, e $\sqrt{\frac{tb+c}{15}}$ colle quantità $b=1377$, e $c=$[illegible],0625, farà trovare una velocità di 1106 piedi a secondo, ed il tempo di 1,249", cioè 11 piedi di meno della prima velocità. Se procedendo dell' istessa maniera si voglia corriggere ancora l' ultima velocità di 1106 piedi a secondo, si troverà che non vi è altro, che quattro pollici a toglierví, e che in conseguenza si potrà ritenere l' ultima correzione. Noi vedremo ancora, che nel medésimo caso vi è meno di 11 piedi a togliere dalla prima velocità, quando si considera la resistenza dell' aria.

E' da rimarcare ancora, che la direzione del cannone niente influisce sulla procedura di questa esperienza, anzi se le potrà dare tutta l'inclinazione che si vorrà, purchè si conosca la situazione del punto *m* rispetto della testa de' due picchetti P, e Q, essendosi tirata l'orizzontale *mi*; la quantità per cui l'impressione del basso della palla sulla riga BC sarà elevata al di sopra di questa orizzontale presa per raggio, sarà la tangente dell'angolo di projezione. La direzione orizzontale non dà altro vantaggio, che di dare le portate più corte, ed in conseguenza più facili a misurarsi.

Della linea di mira.

70. Quantunque poche volte avviene, che la palla partendo dal cannone siegue la direzione del suo asse, nondimeno non essendo possibile di prevedere qual sarà l' angolo di partenza della palla, si è obbligato nella teoria di supporre, che quest' angolo non differisca punto da quello, che l' asse del pezzo fa coll' orizzonte, e di determinare in conseguenza la posizione della linea di mira relativamente all' oggetto che si vuol colpire. La posizione naturale di questa linea sul cannone è determinata come si è detto (p.63.) per li punti più e-

levati della fascia alta di culatta, e della gioja, e in modo che resti inclinata verso l' asse del pezzo, che l' incontri ad una certa distanza al di là della bocca, ed in seguito se ne allontani a misura che si prolunga.

71. Per determinare il punto, ove la linea di mira incontra l' asse del cannone, è la quantità di cui si abbassa al di sotto di quest' asse a diverse distanze, è necessario di conoscere tre dimensioni del pezzo: il suo diametro all' estremità della fascia alta di culatta, l' altro al punto più elevato della gioja, e la parte della lunghezza del cannone compresa fra questi due diametri. Quest' ultima quantità ordinariamente non è portata nelle tavole di dimensioni, ma con misure prese sulli pezzi, si trova che il punto il più elevato della gioja è lontano dalla bocca di circa un terzo del diametro della palla.

Sia dunque il cannone AB (fig.16.), di cui l' asse è diretto secondo la linea retta ABCD; se per li punti li più elevati G, H della culatta, e della gioja si faccia passare una retta GHCF, questa sarà la linea di mira, o il raggio visuale nella situazione naturale. Dalli punti G, e H sieno abbassate le perpendicolari GA, HB sull' asse, queste saranno conosciute per le dimensioni del pezzo, non che il loro intervallo AB. Sia tirata Hi parallela ad AB, li triangoli simili GiH, HBC danno Gi : iH :: HB : BC; facendo dunque AG$=m$, HB$=n$, ed AB$=$H$i=l$, si avrà la distanza BC$=\frac{nl}{m-n}$. Se si suppone inoltre, che il punto, o l' oggetto che si vuol colpire è in una retta DF parallela a BH, paragonando li triangoli simili HBC, DCF, danno BC : CD :: BH : DF, e facendo BD$=d$; sarà $\frac{nl}{m-n} : d - \frac{nl}{m-n} :: n : \mathrm{DF} = \frac{d(m-n)}{l} - n$; cosichè alla distanza d della bocca del cannone, la linea di mira s' abbassa al di sotto della direzione

dell' asse di una quantità espressa da $\frac{d(m-n)}{n}-n$.
Non vi è alcun inconveniente a supporre DF verticale, allorchè il pezzo fa un' angolo molto acuto coll' orizzontale.

72. L' angolo ACG, che la linea di mira forma coll' asse del pezzo essendo uguale all' angolo GHi, la sua tangente sarà espressa per $\frac{Gi}{iH}=\frac{m-n}{l}$, supponendosi il raggio $=1$. (p.5.).

73. La tavola seguente contiene le dimensioni de' pezzi, che contribuiscono sull' aggiustatezza de' tiri; cioè il mezzo diametro all' estremità della culatta, il mezzo diametro alla parte più elevata della gioja, e la loro distanza valutata per la lunghezza del cannone, meno il terzo del diametro della palla: questi sono li valori delle lettere m, n, ed l espressi in pollici, e decimali di pollici. La quarta colonna indica la distanza dalla bocca del cannone al punto ove la linea di mira incontra l' asse del pezzo, o li valori di $\frac{nl}{m-n}$ espressi in piedi, e decimali di piedi. In fine la quinta colonna racchiude gli angoli, che la linea di mira forma coll' asse del pezzo, e di cui le tangenti sono $\frac{m-n}{l}$.
Questa tavola è stata calcolata in seguito delle dimensioni prescritte nel regolamento del 1769; e come esiste ancora un gran numero di bocche a fuoco costrutte secondo l' ordinanza del 1733, si è creduto dover rappresentare le medesime dimensioni conformemente a quest' ordinanza.

TAVOLA I.

	Calibri	Mezzi diametri: All' estremità della culatta.	Mezzi diametri: Al più alto della gioja	Intervallo tra questi due diametri.	Distanza del punto d' incontro della linea di mira coll' asse.	Angoli della linea di mira coll' asse
1764		pollici	pollici	pollici	piedi	o ' "
Pezzi d'assedio	24	9,02	6,45	117,63	24,61	1 15 6
	16	7,90	5,65	113,18	23,63	1 8 20
	12	7,17	5,13	106,89	22,37	1 5 36
	8	6,27	4,48	96,52	20,11	1 3 45
e di battaglia.	12	6,23	4,93	76,53	24,13	0 58 23
	8	5,44	4,30	66,72	21,07	0 58 44
	4	4,31	3,40	52,99	16,64	0 59 2
1732		pol.	pol.	pol.	pied.	o ' "
	24	8,91	6,45	117,63	25,67	1 11 53
	16	7,80	5,64	113,18	24.72	1 5 36
	12	7,08	5,12	106,89	23,31	1 3 2
	8	6,19	4,48	96,52	21,06	1 0 54
	4	4.91	3.55	80,00	17,46	0 58 26

74. Nella tavola seguente si trovano gli abbassamenti della linea di mira al di sotto della direzione dell' asse del cannone, o li valori numerici in piedi e decimali di piedi dell'espressione $\frac{d\,(m-r)}{} - n$, relativamente alli differenti calibri del pezzo, e per differenti distanze dal punto dopo 60, sino a 400

tese. Questa tavola è stata calcolata in seguito delle dimensioni prescritte nel 1769. Potrebb' essere, che queste dimensioni non fossero state esattamente osservate nella costruzione de' pezzi; ma quando li valori di m, o di n fossero di una linea, poco più, o poco meno, non potrebbe risultare che un' errore di 3 a 20 pollici dopo la distanza di 60 tese, sino a quella di 400.

TAVOLA II.

Degli abbassamenti della linea di mira al di sotto della direzione dell'asse del cannone.

Distanze	Pezzi di assedio				di battaglia		
	24	16	12	8	12	8	4
Tes.	piedi.	piedi.	piedi.	piedi.	piedi.	piedi.	piedi.
60	7,32	6,70	6,45	6,31	5,71	5,77	5,85
80	9,94	9,09	8,74	8,54	7,76	7,81	7,90
100	12,57	11,48	11.03	10,77	9,80	9,85	9,94
120	15,19	13,87	13,32	13,00	11,84	11,89	11,99
140	17,81	16,25	15,62	15,22	13,88	13,93	14,03
160	20,43	18,64	17,91	17,45	15,92	15,98	16,07
180	23,05	21,03	20,20	19,68	17,96	18,02	18,12
200	25,67	23,42	22,49	21,91	20,01	20,06	20,16
220	28,29	25,81	24,78	24,13	22,05	22,10	22,21
240	30,91	28,20	27,08	26,36	24,09	24,14	24,25
260	33,54	30,59	29,37	28,59	26,13	26,18	26,30
280	36,16	32,98	31,66	30,81	28,17	28,22	28,34
300	38,78	35,37	33,95	33,04	30,21	30,26	30,38
320	41,41	37,76	36,24	35,27	32,26	32,31	32,43
340	44,03	40,14	38,53	37,50	34,30	34,35	34,47
360	46,65	42,53	40,82	39,72	36,34	36,39	36,51
380	49,28	44,91	43,11	41,95	38,38	38,43	38,56
400	51,90	47,30	45,40	44,18	40,42	40,47	40,60

75. Se la palla percorre una linea retta seguendo la direzione dell' anima del pezzo, è chiaro che dovrà diriggersi il cannone in maniera, che la linea di mira caschi al di sotto del punto, che la palla deve prendere, per la quantità indicata in questa tavola, per il calibro, e la distanza data; ma questo caso non può giammai arrivare; la palla si abbassa continuamente al di sotto della direzione dell' asse del cannone, a misura che se ne allontana. Bisogna dunque conoscere questo abbassamento, o caduta della palla, per dirigere in conseguenza la linea di mira al di sopra, o sotto del punto.

La tavola seguente contiene li differenti abbassamenti della palla relativamente al tempo ch' essa impiega a percorrere uno spazio dato. Li calcoli di questa tavola son fondati sul principio, che le altezze sono proporzionali alli quadrati de' tempi, e sulla supposizione, che durante il primo secondo della caduta, il corpo discende di 15,1 piedi.

TAVOLA III.

Degli abbassamenti della palla in differenti tempi.

Tempi	Abbassamenti.	Tempi	Abbassamenti.	Tempi	Abbassamenti.
»	pie.	»	pie.	»	pie.
0, 1	0, 15	1, 1	18, 27	2, 1	66, 59
0. 2	0, 60	1, 2	21, 74	2, 2	73, 08
0, 3	1, 36	1, 3	25, 52	2, 3	79, 88
0, 4	2, 42	1, 4	29, 59	2, 4	86, 97
0, 5	3, 77	1, 5	33, 97	2, 5	94, 37
0, 6	5, 44	1, 6	38, 65	2, 6	102, 08
0, 7	7, 40	1, 7	43, 64	2, 7	110, 08
0, 8	9, 66	1, 8	48, 92	2, 8	118, 38
0, 9	12, 23	1, 9	54, 51	2, 9	126, 09
1, 0	15, 10	2, 0	60, 40	3, 0	135, 90

76. Conoscendosi dunque il tempo, che una palla mette a percorrere uno de' spazj della prima tavola, si troverà col mezzo delle altre due, come bisogna dirigere la linea di mira: si sappia per esempio che una palla da 24 impieghi un secondo, e due decimi di secondo a percorrere 200 tese; si vede per l'ultima tavola, che in questo tempo la palla si abbassa di 21,74 piedi, e come la seconda tavola indica, che a questa distanza la linea di mira si abbassa di 25,67 piedi, si conchiuderà che questa linea deve esser diretta a 3, 93 piedi al di sotto del punto, perchè la palla lo potesse colpi-

re. Generalmente il cannone deve sempre esser puntato al di sotto del punto, allorchè l'abbassamento della palla è minore di quello della linea di mira, per una quantità uguale alla differenza di questi due abbassamenti, ed al di sopra nel caso contrario, ma in quest' ultimo giova meglio servirsi del punto in bianco, come noi vedremo in seguito.

77. Acciò questa teoria in qualche passo della sua estensione non sia arrestata per certe posizioni del punto, bisogna dirigere la linea di mira in modo, che caschi a terra ad una gran distanza dal punto stesso. Eccone un esempio. Il cannone A, ed il punto F (fig. 17.) sieno elevati l'uno, e l'altro di quattro piedi al di sopra di un terreno orizzontale, la loro distanza sia di 160 tese; il cannone sia un pezzo di battaglia da 12, e la velocità della palla di 1200 piedi a secondo. Il tempo impiegato a percorrere questo spazio sarà di 0,8 di secondo; l'abbassamento della palla a questa distanza è dunque di 9, 66 piedi, e quello della linea di mira di 15,92 piedi, per cui si vede, che questa linea di mira deve esser diretta a 6,26 piedi al di sotto del punto, ma questo punto è elevato di 4 piedi; dunque è chiaro che al piede del punto la linea di mira deve essere infossata a terra di 2,26 piedi. Per trovare il punto P ove s'incontra la superficie del terreno, si abbasserà dall' estremità B del cannone la verticale BE; li triangoli simili BEP, HPG danno BE : GH=EP : PG, o BE+GH : GH=EG : PG, ed in numeri 6,26 : 2,26 : : 160 : PG=57,76 tese, cioè la linea di mira dovrà esser diretta in modo, che caschi a terra a circa 57 tese dal punto. Una più grande velocità della palla allontanerebbe ancora più il punto P dall' oggetto.

Dell' angolo di projezione.

78. Noi abbiamo detto (p. 29.), che l' angolo di projezione in generale è quello, che l' asse di un' arma da fuoco forma coll'orizzonte. Nel tiro del cannone, in vece di rapportare quest'angolo all' orizzonte, è spesso più comodo di considerare l' inclinazione del pezzo relativamente alla retta, che s' imagina tirata dalla bocca del cannone al punto, o all' oggetto, che si propone di colpire, ciò che ci riconduce alla definizione generale dell' angolo di projezione, allorchè il punto è al livello della batteria.

Se si conosce la velocità della palla, e la situazione del punto per rapporto alla batteria, si troverà qual dovrà essere l' angolo di projezione relativamente all' orizzonte, o la tangente di quest' angolo per l'equazione $t = \frac{2a \pm \sqrt{(4aa - bb \mp 4ac)}}{b}$ (p. 30). Or siccome non tira il cannone ordinariamente che sotto angoli molto acuti, basterà di prendere $t = \frac{2a - \sqrt{(4aa - bb \mp 4ac)}}{b}$.

In questa espressione il termine $4ac$ ha il segno $-$ quando il punto è al di sopra del livello della batteria, il segno $+$ quando è al di sotto, e si ha $4ac = 0$ quando è allo stesso livello. Essendosi trovato l' angolo di projezione, si conoscerà quello che l' asse del pezzo forma colla retta tirata dalla bocca del cannone al punto: l'espressione della tangente di quest' angolo essendo $\frac{bt \mp c}{b \pm ct}$ (p. 36.) col segno superiore per la prima posizione del punto, e coll' inferiore per la seconda. Quest' angolo non è altro che la differenza, o la somma di due angoli, de' quali uno ha t per tangente, e l' altro $\frac{c}{b}$ (p. 5.).

Supponiamo, per esempio, che si voglia colpire

un' oggetto lontano dalla batteria di 150 tese, ed elevato di 27 piedi al di sopra del livello di questa batteria con un pezzo da 16, di cui la palla ha una velocità di 384 piedi a secondo; essendosi posto nell' equazione $t = \frac{2a - \sqrt{(4aa - bb - 4ac)}}{b}$ li valori di $b=900$ piedi, $c=27$, ed $a=2458$; si troverà $l\,t=9{,}0896854$, ch'è il logaritmo della tangente di un' angolo di 7 gradi. Se da quest' angolo si toglie quello che ha $\frac{c}{b}$ per tangente, si avrà 5° 17' per l' angolo formato dall' asse del pezzo, e la retta tirata dalla bocca del cannone al punto. Non vi è altra questione, che di dare al pezzo l' inclinazione indicata da quest' angolo.

79. Per dirigere un cannone secondo l' angolo, che il suo asse deve formare coll' orizzonte, può servirsi di un quarto di cerchio simile a quello che si è detto usare nelle batterie di mortari; s' introdurrà a tale effetto nell' anima del cannone una riga ben dritta alli suoi lati, ed in modo che ne rimanga una parte al di fuori: su questa parte esteriore che deve essere nella direzione del pezzo, è situato il quarto di cerchio, e s' inclina il pezzo sintantochè il filo del piombo sia sul grado che si cerca.

Se si tratta di esperienze che esigessero una gran precisione, s' impiegherà il quarto di cerchio, di cui la descrizione si trova in fine della geometria del Signor Bézout; ma questi mezzi non potendosi praticare nella guerra, noi proporremo un' altro metodo più semplice, e di un' uso facile per dare al pezzo l' inclinazione indicata da quest' angolo.

80. Sia il cannone AB (fig. 18.), di cui l' asse è diretto secondo la retta ABC, e la linea di mira secondo GHC: tirata la retta BF dalla bocca del pezzo al punto che si vuol colpire, allorchè la linea di mira concorre allo stesso punto F, è chiaro che l' angolo CBF che l' asse del pezzo fa con

BF, è uguale all' angolo HCB che forma colla linea di mira, meno l'angolo CFB, che ha il suo vertice nel punto F, e che s' appoggia sul mezzo diametro BH del pezzo al punto più elevato della gioja. Ma quest' ultimo angolo è sempre piccolissimo, poichè per il pezzo da 24 il punto essendo lontano di 100 tese, non è che circa 3 minuti; si potrà dunque trascurare nella pratica, e riguardare l' angolo CBF come uguale all' altro HCB.

81. Se per altro si voglia aver riguardo all' angolo CFB, si potrà consultare la tavola seguente, che contiene li valori di quest' angolo per tutti li calibri, e per differenti distanze dal punto, da 60 sino a 300 tese.

TAVOLA IV.

Degli angoli che hanno il loro vertice al punto, e s' appoggiano sul mezzo diametro della bocca del cannone.

Distanze dal punto	Pezzi di assedio								di battaglia					
	24		16		12		8		12		8		4	
Tes.	′	″	′	″	′	″	′	″	′	″	′	″	′	″
60	5	8	4	30	4	5	3	34	3	55	3	25	2	42
80	3	51	3	22	3	4	2	40	2	57	2	34	2	2
100	3	5	2	42	2	27	2	8	2	21	2	3	1	37
120	2	34	2	15	2	2	1	47	1	58	1	42	1	21
140	2	12	1	55	1	45	1	32	1	41	1	28	1	10
160	1	55	1	41	1	32	1	20	1	28	1	17	1	1
180	1	42	1	30	1	22	1	11	1	18	1	8	0	54
200	1	32	1	21	1	14	1	4	1	11	1	2	0	49
220	1	24	1	14	1	7	0	58	1	4	0	56	0	44
240	1	17	1	7	1	1	0	53	0	59	0	51	0	40
260	1	11	1	2	0	56	0	49	0	54	0	47	0	37
280	1	6	0	58	0	52	0	46	0	50	0	44	0	35
300	1	2	0	54	0	49	0	43	0	47	0	41	0	33

L' angolo CBF essendo conosciuto per il (p.72.), si conoscerà l' angolo HCB, sia che si supponga uguale a CBF, sia che per più precisione si supponga uguale a CBF+CFB, essendo quest' ultimo conosciuto nella tavola precedente per il calibro, e la distanza data. Ma noi ripetiamo che si può trascurare l' angolo CFB, tanto a causa della sua picciolezza, come ancora perchè la palla si eleva quasi sempre al di sopra dell' asse del cannone (p.68.).

82. Ciò posto la linea di mira ci serve per dare

al cannone l' inclinazione che deve avere. Allorchè questa linea è nella situazione naturale, cioè allorchè passa sulla faccia alta di culatta, e sul punto più elevato della gioja, forma coll' asse del cannone l' angolo HCB (fig. 18.), di cui li differenti valori relativamente al calibro si trovano nella tavola I., in modo che se in questa situazione la linea di mira è dritta sull' oggetto F, che si vuol colpire, l' asse del pezzo formerà un angolo uguale colla retta BF tirata dalla bocca del cannone all' oggetto F. Ma se quest' angolo CBF deve esser più grande di quello che si trova nella I. tavola per un calibro dato, bisognerà che la linea di mira per fare il medesimo angolo coll'asse del pezzo, sia elevata dalla parte della culatta per una certa quantità GI (fig. 19.), che sarà facile di conoscere, mentre facendosi come sopra $AB = l$ $AG = m$ $BH = n$, e nominando T la tangente dell' angolo conosciuto HCB, si avrà $BC = \frac{n}{T}$, ed $AC = l + \frac{n}{T}$. Ora li triangoli simili CBH, CAI danno CB : BH : : CA : AI, ovvero $\frac{n}{T} : n : : l + \frac{n}{T} : AI$, dunque $AI = Tl + n$, e togliendo $AG = m$, si avrà $GI = Tl - (m - n)$. Se si eleva dunque la linea di mira dalla parte della culatta di una quantità $GI = Tl - (m - n)$, e che facendola passare pel punto H si diriga all' oggetto F, il pezzo avrà l' inclinazione che deve avere, perchè il suo asse farà allora colla retta BF l' angolo che si cerca.

83. La conoscenza de' diversi alzamenti della linea di mira potendo esser utili nella pratica; noi abbiamo calcolata la tavola seguente, che presenta questi alzamenti relativamente agli angoli, che la linea di mira deve formare coll' asse del pezzo, o a quelli che l' asse deve formare colla retta tirata dal cannone al punto.

TAVOLA V.

De' gradi di haussa che corrispondono alla linea di mira, relativamente agli angoli che forma coll' asse del cannone.

Angoli della linea di mira coll' asse del cannone	Haussa corrispondente alla linea di mira						
	Pezzi di assedio				di battaglia		
	24	16	12	8	12	8	4
° ' "	po. li.	po. li.	po. li	po. li.	po. li.	po. li.	po. li.
0 58 23	. .	. . .	. . .	. .	0 0	. .	. . .
0 58 44	. .	. . .	. . .	. .	0 0	0 0	. . .
0 59 2	. .	. . .	. . .	. .	0 0	0 0	0 0
0 3 45	. .	. . .	. . .	0 0	0 1	0 1	0 1
1 5 36	. .	. . .	0 0	0 1	0 2	0 2	0 1
1 8 20	. .	0 0	0 1	0 2	0 3	0 2	0 2
1 15 0	. .	0 3	0 4	0 4	0 4	0 4	0 3
1 15 6	0 0	0 3	0 4	0 4	0 4	0 4	0 3
1 30 0	0 6	0 9	0 9	0 9	0 8	0 7	0 6
1 45	1 0	1 2	1 3	1 2	1 0	0 11	0 9
2 0	1 6	1 8	1 8	1 7	1 4	1 3	1 0
2 15	2 1	2 2	2 2	2 1	1 8	1 6	1 2
2 30	2 7	2 8	2 7	2 6	2 0	1 10	1 5
2 45	3 1	3 2	3 1	2 11	2 4	2 2	1 8
3 0	3 7	3 8	3 7	3 3	2 8	2 5	1 10
3 15	4 1	4 2	4 1	3 8	3 0	2 8	2 1
3 30	4 7	4 8	4 6	4 1	3 5	3 0	2 4
3 45	5 1	5 2	5 0	4 6	3 9	3 3	2 7
4 0	5 7	5 8	5 5	4 11	4 1	3 7	2 10
4 15	6 2	6 2	5 10	5 4	4 5	3 10	3 0
4 30	6 8	6 8	6 4	5 9	4 9	4 2	3 3
4 45	7 2	7 2	6 10	6 2	5 1	4 5	3 6
3 0	7 8	7 8	7 4	6 8	5 5	4 9	3 9
5 15	8 2	8 2	7 10	7 1	5 9	5 0	4 0
5 30	8 9	8 8	8 3	7 6	6 1	5 4	4 2
5 45	9 3	9 2	8 9	7 11	6 5	5 7	4 5
6 0	9 9	9 8	9 3	8 4	6 9	5 11	4 8

Siegue la stessa Tavola .

Angoli della linea di mira coll' asse del cannone	Haossa corrispondente alla linea di mira						
	Pezzi di assedio				di battaglia		
	24	16	12	8	12	8	4
o .	po. li.	po. li.	po. li.	po. li.	po. li.	po. li.	po. li.
6 15	10 3	10 2	9 8	8 9	7 1	6 2	4 11
6 30	10 10	10 8	10 2	9 2	7 5	6 6	5 2
6 45	11 4	11 2	10 7	9 7	7 9	6 9	5 4
7 0	11 10	11 8	11 1	10 0	8 1	7 1	5 7
7 15	12 4	12 2	11 6	10 5	8 5	7 5	5 10
7 30	12 11	12 8	12 0	10 10	8 9	7 8	6 1
7 45	13 5	13 2	12 6	11 3	9 1	8 0	6 4
8 0	13 11	13 8	12 11	11 8	9 5	8 3	6 6
8 15	14 6	14 2	13 5	12 4	9 10	8 7	6 9
8 30	15 0	14 8	13 11	12 9	10 2	8 10	6 11
8 45	15 6	15 2	14 5	13 2	10 6	9 2	7 2
9 0	16 0	15 8	14 11	13 7			
9 15	16 7	16 2	15 5	14 0			
9 30	17 1	16 8	15 10	14 5			
9 45	17 8	17 2	16 4	14 10			
10 0	18 2	17 8	16 10	15 3			
10 15	18 8	18 3	17 4	15 8			
10 30	19 3	18 9	17 9	16 1			
10 45	19 9	19 3	18 3	16 7			
11 0	20 4	19 9	18 9	17 0			
11 15	20 10	20 3	19 3	17 5			
11 30	21 4	20 9	19 9	17 10			
11 45	21 11	21 3	20 3	18 3			
12 0	22 5	21 10	20 8	18 9			

Nota. Se la linea di mira è orizzontale, è chiaro che gli angoli compresi nella prima colonna di questa tavola sono gli angoli d'inclinazione del pezzo per rapporto all' orizzonte, cioè gli angoli di projezione, ed è ancor facile dedurre dalle me-

desime tavole, quando la linea di mira è inclinatà di una quantità conosciuta.

84. L'applicazione che può farsi di questa tavola è semplicissima, per dare ad un cannone quell' inclinazione che si vorrà. Per' li pezzi di battaglia s' impiega la haossa adattata dietro la culatta, per il di cui mezzo si può elevare la linea di mira di due in due linee, sino all' altezza di 18 linee. L' uso di questa haossa è dunque limitato a nove inclinazioni diverse, delle quali la più grande corrisponde a circa 2 gradi, e 30', il che può bastare per il servizio di campagna (a). Ma questo metodo

---

(a) Dopo qualche anno si servono per li pezzi di campagna di una nuova haossa divisa in linee che può fissarsi a tutti li gradi dopo una, sino a diciotto linee col mezzo di una vite di pressione. Una simile haossa viene ancora ad essere adattata alla culatta degli obici. Senza dubbio per ciò che si è osservato per il tiro de' cannoni ed obici, può quasi sempre eseguirsi col mezzo del punto in bianco sia naturale, sia artificiale, e che l' haossa essendo di un uso più sicuro, e più comodo che il quarto del cerchio, la maniera da puntare dovrebbe esser comune ai cannoni ed obici. Egli è dunque a proposito per completare le due ultime tavole, di aggiungerne quì due per gli obici, prevenendo che secondo le dimensioni attuali, si ha per gli obici da 8 pollici $l = 34^{po}\ 2^{li}$, $m = 6^{po}\ 10^{li}\ 6^{pt}$; $n = 6^{po}\ 10^{li}\ 6^{pt}$: e per quello da 6 pol. $l = 27^{po}\ 9^{li}\ 6^{pt}$, $m = 5^{po}\ 6^{li}$; $n = 5^{po}\ 6^{li}\ 9^{pt}$. Dunque al primo $m - n = 0$, ed al secondo $m - n = 0{,}063^{po}$; di modo che queste due arme non hanno punto

ha bisogno di una più grande estensione, per poter essere applicato ai cannoni di assedio, ai quali si è qualche volta obbligato di dare una inclinazione molto più grande. Non vi è bisogno che l'haossa sia fissata alla culatta; un piede di re, l'estremità di una bacchetta, o un pezzo di stelo di fascina tagliato di una lunghezza conveniente, potendolo ritenere nel luogo (a), basterà di situarlo sul punto più elevato della fascia alta di culattà perpendicolarmente alla lunghezza del pezzo, e d'inclinare in seguito questo pezzo in modo, che la linea di mira passando per l'estremità superiore della bacchetta, e sul punto più elevato della bocca, sia diretta sull'oggetto che si vuol colpire: si avrà allora l'inclinazione relativa all'elevazione di questa specie di haossa; cosicchè per dare al pezzo da 16 l'inclinazione di 5° 17' trovata nell'ultimo esempio, bisogna seguendo la tavola V, una haossa tra 8 pol. 2 lin., ed 8 pol. 8 lin., o circa 8 pol. 2 lin. 9 punti.

---

in bianco naturale; e che per una singolarità di cui non se ne vede il motivo, l'obice da 6 pol. ha il suo diametro alla fascia alta di culatta minore dell'altro alla volata.

(a) Vedete nell'istruzione sull'uso delle nostre tavole del tiro de' cannoni ed obici, la descrizione di una haossa comodissima.

Seguito della tavola IV per gli obici

Distanze dal punto	Obici da 8 pol.	Obici da 6 pol
Tese	′ ″	′ ″
60	5 28	4 25
70	4 41	3 48
80	4 6	3 19
90	3 39	2 57
100	3 17	2 40
110	2 59	2 25
120	2 44	2 13
130	2 31	2 3
140	2 21	1 54
150	2 12	1 46
160	2 4	1 39
170	1 56	1 34

Seguito della tavola V per gli obici

Angoli della linea di mira coll' asse dell' obice	Gradi della hausse — Obici da 8 pol.	Gradi della hausse — Obici da 6 pol.
° ″	lin. pun	lin. pun.
0 15	1 9	2 3
0 30	3 7	3 9
0 45	5 4	5 2
1 0	7 2	6 7
1 15	9 0	8 9
1 30	10 9	9 6
1 45	12 6	11 0
2 0	14 3	12 5
2 15	16 1	13 10
2 30	17 11	15 3
2 45	19 9	16 9
3 0	21 7	18 3

85. Resta ora a parlare di un altro metodo per conoscere l'angolo d'inclinazione di un pezzo, per le differenti posizioni che può avere sul suo affusto, o per dare ad un pezzo la posizione che li conviene, relativamente ad una data inclinazione.

Sia A (fig. 20.21.22.) il mezzo dell' asse dell' orecchione, su quest' asse è che il pezzo gira per prendere diverse inclinazioni. AC una retta parallela all' asse del cannone terminata in C all' estremità della culatta, B il punto più basso della detta fascia alta di culatta; questo punto è sempre appoggiato sul suolo dell' affusto, o sul cuneo di mira. Essendosi tirate AB, e BC, si avrà il triangolo ABC rettangolo in C, ed intieramente conosciuto per le dimensioni del pezzo. Se per il punto A si tiri la

verticale AD, e per il punto B l'orizzontale BD, il triangolo ABD sarà ancora conosciuto: basterà perciò di misurare la quantità AD, per cui il punto A è più o meno elevato del punto B. Conoscendosi dunque gli angoli BAC, ABD, l'angolo d'inclinazione del pezzo sarà eguale alla loro differenza, allorchè il punto D è più basso che il punto A fig. 20, e 21; ed alla loro somma allorchè è più alto fig. 22. Nel primo caso il pezzo è puntato al di sopra dell'orizzontale, allorchè AD è più grande di BC fig. 20, ed al di sotto allorchè AD è più piccola di BC fig. 21, ciò che ha luogo ancora quando l'orizzontale BD passa al di sopra del punto A (fig. 22.) Infine il pezzo è diretto orizzontalmente se AD=BC, come nelle figure 20, e 21.

Non si tratta dunque di altro, che di assicurarsi nelle differenti posizioni del pezzo sul suo affusto della quantità AD, di cui il punto A è più o meno elevato del punto B. Ma come il mezzo proposto per procurarsi questa conoscenza non può essere che imbarazzante nella pratica, noi limiteremo l'uso di questo metodo a trovare la più grande inclinazione, che possa avere il pezzo sul proprio affusto, supponendosi la linea del terreno orizzontale, o la piattaforma di livello.

Sia un pezzo da 24, di cui le dimensioni danno AB=48,904 pollici, BC=6,2986 pollici, e per conseguenza l'angolo BAC di 7°, 24'. Allorchè la culatta è appoggiata sul suolo dell'affusto, (fig. 20.) ciò che mette il pezzo nel caso della più grande inclinazione, le tracce dell'affusto danno AD=16,333 pollici, e l'angolo ABD di 19°, 31'; dunque l'angolo della più grande inclinazione che il pezzo possa avere sul proprio suo affusto, e che è la differenza de' due angoli ABD, BAC, sarà di 12° 7'. Se l'affusto è su di una piattaforma inclinata, di cui la pendenza sia per esempio di 4 pollici sopra 12 piedi, ne risulterà un' angolo di 1°, 35' che bisognerà togliere da 12°, 7', onde si avrà 10°, 32'.

per l'angolo della più grande inclinazione del pezzo.

Del tiro del cannone di punto in bianco.

86. Il cammino che percorre una palla lanciata dal cannone, è come si è già detto (p.25) una linea curva, di cui l'origine è alla bocca del cannone, e che al medesimo sito ha l'asse del pezzo per tangente, di modo che la curva descritta dalla palla è tutta intieramente al di sotto del prolungamento dell' asse del pezzo, e se ne allontana sempre di più abbassandosi per l'azione del peso, a misura che la palla si allontana dal cannone. Questa curva è tagliata dalla linea di mira in due punti, di cui uno è ordinariamente molto vicino al cannone, purchè sia necessario di considerarlo. L'altro è più lontano, e solo merita la nostra attenzione. Egli è chiaro che per una stessa curva il primo di questi punti si accosta al cannone, ed il secondo se ne allontana tanto più, quanto la linea di mira forma un' angolo più grande coll'asse del pezzo. Tutto ciò viene sufficientemente indicato dalla (fig. 19.); senza che vi sia bisogno di una maggior spiegazione.

87. Puntare un cannone di punto in bianco, è lo stesso che dirigerlo in modo, che la linea di mira vada ad incontrare il punto che si vuol colpire, qualunque sia l'inclinazione di questa linea riguardo all' asse del cannone. L'incontro che determina il punto in bianco è dunque l'intersezione la più lontana della linea di mira, e della curva descritta dalla palla. La distanza dal cannone a questo punto si chiama *portata del punto in bianco*.

88. Allorchè la linea di mira è nella sua situazione naturale, cioè quando è radente la superficie esteriore del cannone, passando per i punti più elevati della culatta, e della gioja, ne risulta quello che si chiama *punto in bianco primitivo*, *o naturale del pezzo*. Quello che dà tutt'altra posizio-

ne della linea di mira, può esser nominato *punto in bianco artificiale*. Si ottiene quest' ultimo facendo passare la linea di mira su di uno de'due punti, de'quali si parlerà, rialzandola al di sopra dell' altro, di una quantità determinata in rapporto all' angolo ch' essa deve formare coll' asse del pezzo, che risulta lo stesso dell' angolo che quest' asse fa colla retta tirata dalla bocca del cannone al punto che si vuol colpire. Questi due angoli, come si è visto nel (p.80.) possono esser considerati uguali fra loro.

89. Il tiro del cannone può quasi sempre eseguirsi per mezzo del punto in bianco, sia naturale, sia artificiale, ed è molto a proposito per l'aggiustatezza de' tiri di servirsi di questo metodo in preferenza di tutti gli altri, perchè dà sempre due punti fissi per determinare la posizione della linea di mira, per cui in seguito riesce facilissimo di dirigerla sull' oggetto, che si è proposto di colpire.

90. La portata del punto in bianco naturale di un pezzo di cannone dipende 1. dalla velocità della palla, o della carica di polvere. 2. Dall' angolo che la linea di mira fa coll' asse del cannone. 3. Dall' inclinazione del pezzo sull' orizzontale. Vediamo qual' è l'influenza di ciascuna di queste quantità sulla portata del punto in bianco.

91. Sia il cannone AB (fig. 23.), di cui l'asse ABCE formi coll' orizzontale BD un' angolo dato EBD. Essendosi tirata la linea di mira GHCF che incontra l' asse del pezzo al punto C, la curva descritta dalla palla alli punti F, ed f, e l' orizzontale BD al punto I; la retta BF tirata dalla bocca del cannone al punto d' intersezione F il più lontano sarà la portata del punto in bianco, di cui bisognerà trovarne il valore. A tale effetto s' impiegherà l'equazione generale $xx+ttxx=4atx-4ay$ trovata al (p.28.), nella quale t è la tangente dell' angolo di projezione EBD, a l' altezza dovuta alla

velocità della palla, x la distanza orizzontale BD dal punto F, ed y la verticale FD. L'angolo BIH è conosciuto, poichè è uguale all' angolo di projezione EBD meno l'angolo di mira BCH; si conosce ancora la linea BC (p. 71.); si troverà dunque BI per la risoluzione del triangolo BCI. Si faccia $BI = k$, si avrà $DI = x + k$. Ma nel triangolo rettangolo DIF si ha $DF = DI \times$ tang. DIF (p. 5.), dunque facendosi tang. $DIF = T$, si avrà $y = T(x + k)$. Sostituendo questo valore d. y nell' equazione quì sopra, si avrà $xx + ttxx = 4atx - 4aTx - 4aTk$, da cui si ricava $x = \frac{2a(t-T)}{1+tt} \pm \sqrt{\left(\frac{4aa(t-T)^2}{(1+tt)^2} - \frac{4aTk}{1+tt}\right)}$

Il segno + avanti al radicale dà il valore di x corrispondente al punto d'intersezione F il più lontano dal cannone, ed il segno — quello di Bd, che corrisponde al punto d'intersezione f il più vicino. Dal valore di BD si dedurrà quello di DI, e per conseguenza quello di $FD = DI \times$ tang DIF. Si conoscerà dunque la portata di punto in bianco

$$BF = \sqrt{(\overline{BD}^2 + \overline{FD}^2)}.$$

L'equazione $x = \frac{2a(t-T)}{1+tt} \pm \sqrt{\left(\frac{4aa(t-T)^2}{(1+tt)^2} - \frac{4aTk}{1+tt}\right)}$ non dà il punto in bianco, che per una delle posizioni che può avere il cannone relativamente all' orizzontale, cioè quella in cui l'asse del pezzo, e la linea di mira sono l'uno e l'altra inclinate al di sopra dell'orizzontale BD, e che viene rappresentata dalla fig 23. In questo primo caso nominando p l'angolo di projezione EBD, e q l'angolo di mira BCH, si ha $T = \text{tang.}(p-q)$; $k = \frac{BC \cdot sen\ q}{sen.(p-q)}$; $y = T(x+k)$, e la portata di punto in bianco $BF = \sqrt{(xx + TT(x-k)^2)}$.

2. caso. Allorchè la linea di mira (fig. 24.) GHCF

è parallèla all' orizzontale BD, si avrà $t=\text{tang.}\,q$, T infinitamente piccola, k infinitamente grande, y $=\text{BH}=n$; il valore di BD sarà $x=\frac{2at}{1+tt}\pm\sqrt{\left(\frac{4aa\,tt}{(1+tt)^2}-\frac{4an}{1+tt}\right)}$; e la portata del punto in bianco BF $=$ $\sqrt{(xx+nn)}$, o semplicemente x.

3. caso. Se il pezzo è diretto in guisa (fig. 25.), che il suo asse restando al di sopra dell' orizzontale BD, la linea di mira passa al di sotto di questa linea tagliandola al punto I; si avrà $\text{T}=\text{tang.}\,(q-p)$, $k=\frac{\text{BC}\,sen.\,q}{sen.\,(q-p)}$; ed $y=\text{T}\,(x-k)$, ciò che dà $x=\frac{2a\,(t+\text{T})}{1+tt}\pm\sqrt{\left(\frac{4aa\,(t+\text{T})^2}{(1+tt)^2}-\frac{4a\text{T}k}{1+tt}\right)}$, e la portata di punto in bianco $\text{BF}=\sqrt{(xx+\text{TT}(x-k)^2)}$.

4. caso. Se la direzione dell' asse del cannone è orizzontale (fig. 26.) si avrà $t=0$, $\text{T}=\text{tang.}\,q$, $k=$ BC, $y=\text{T}\,(x-k)$, e per conseguenza $x=2a\,\text{T}\pm\sqrt{(4aa\text{TT}-4a\text{T}k)}$, e la portata del punto in bianco $\text{BF}=\sqrt{(xx+\text{TT}(x-k)^2)}$.

5. caso. Infine, allorchè l' asse del cannone, e la linea di mira passano l' una, e l' altra al di sotto dell' orizzontale BD (fig. 27.), tal che la linea di mira l' incontri nel punto I, la tangente t sarà negativa; onde si avrà $\text{T}=\text{tangente}\,(p+q)$; $k=\frac{\text{BC}\,sen.\,q}{sen.\,(p+q)}$; $y=\text{T}(x-k)$. Dunque $x\,\frac{2a\,(\text{T}-t)}{1+tt}+\sqrt{\left(\frac{4aa\,(\text{T}-t)^2}{(1+tt)^2}-\frac{4a\text{T}k}{1+tt}\right)}$, e la portata del punto in bianco sarà $=\sqrt{(xx+\text{TT}\,(x+k)^2)}$.

Noi non faremo che indicar quì li risultati del calcolo applicato a questi differenti casi, prendendo

per esempio il pezzo da 24, che dà $q=1°, 15', 6''$, $BC=4', 61$ piedi, e $BH=n=6, 45$ pol. $=0, 5375$ piedi (vedete la tavola I.), noi supporremo la velocità della palla di 1200 piedi per secondo, il che dà $u=24000$ piedi.

1. caso. Se l'angolo della projezione p è di 8 gradi, la portata del punto in bianco BF si trova di 2080,6 piedi, o di 346,8 tese.

2. caso. Allorchè $p=q=1°, 15', 6''$, si ha $BF=$ 2071,6 piedi $=345,3$ tese.

3. caso. Se $p=1$ grado, si ha $BF=2071, 7$ piedi $=345,3$ tese.

4. caso, Se $p=0$, BF sarà di 2072,5 piedi $=$ 345,4 tese.

5. caso. Se $p=8$ gradi, e la sua tangente negativa, la portata del punto in bianco BF sarà di 2126,1 piede, o di 354,3 tese.

92. Si rileva per mezzo di questi risultati, che per un istesso pezzo, e la medesima velocità della palla, la portata del punto in bianco agumenta coll' inclinazione del cannone, e che per lo stesso angolo di projezione questa portata è più grande, allorchè l'asse del cannone cade al di sotto dell'orizzontale, che allor quando è diretto al di sopra. Ma si vede ancora che ne' limiti ov'è ristretto l'uso ordinario del cannone, la differenza delle portate del punto in bianco si riduce a picciolissima cosa, e che questa è molto minore degli errori, ai quali si è comunemente esposto nella pratica. Essendovi dunque quistione nel determinare l'angolo di mira relativo ad una portata di punto in bianco dato, potrà servirsi indifferentemente di una qualunque delle equazioni precedenti, ed impiegare in tutti i casi quella, di cui il calcolo sarebbe il più

semplice. Tal' è l'equazione $x=\frac{2at}{1+tt}\pm\sqrt{\left(\frac{4aatt}{(1+tt)^2}-\frac{4an}{1+tt}\right)}$ trovata per il secondo caso. In questa equazione t=tang. q rappresenta la tangente dell' angolo di mira che si cerca, per mezzo della portata del punto in bianco ch'è conosciuta, ed espressa per x. Si ha dunque $xx+ttxx=4atx-4an$, da cui si ricava $t=\frac{2a\pm\sqrt{(4aa-xx-4an)}}{x}$, che dà l'angolo di mira, mettendo il segno meno avanti al radicale. Quest' angolo essendo conosciuto, si trova per la tavola V. l'haossa che bisogna impiegare, per tirare di punto in bianco alla data distanza x.

Se si domanda per esempio qual debba essere l' angolo di mira in un pezzo da 24, per colpire di punto in bianco un' oggetto lontano 400 tese, o 2400 piedi, avendo la palla una velocità di 1200 piedi per secondo. Questa velocità dà $a=24000$ piedi, ed il calibro da 24 dà $n=0,5375$; mettendo dunque questi valori nell' equazione $t=\frac{2a-\sqrt{(4aa-xx-4an)}}{x}$, si troverà log. $t=8,6342468$, che corrisponde ad un' angolo di 2°, 46', per il quale secondo la tavola V. vi bisogna un' haossa di 3 pol. 1 lin. circa.

93. La portata di punto in bianco per un pezzo da cannone, può ancora determinarsi con un altro metodo indipendente dalle proprietà della parabola. Noi lo diamo quì per impiegarsi nella sezione seguente per la soluzione dello stesso problema.

Sia come quì sopra il cannone AB inclinato secondo una data direzione BE (fig.23.), la linea di mira GHCF che incontri in F la curva descritta dalla palla, e per conseguenza BF la portata di punto in bianco. Noi possiamo supporre che questa retta, e la curva di projezione che vanno a terminare nel medesimo punto non differiscano fra

di loro, o almeno differiscano molto poco, per cui senza errore sensibile si possono rappresentare per la stessa lettera; giacchè quando ancora l'angolo di mira EBF fosse di 6, o 7 gradi, la differenza su 300 tese non sorpasserebbe mai 4, o 5 tese. Sia dunque la retta o la curva BF$=x$, ed u la velocità della palla; essendosi supposto il movimento uniforme, $\frac{x}{u}$ sarà il tempo impiegato a percorrere BF, o la curva di projezione. Or questo tempo deve essere uguale a quello che s'impiegherebbe a cadere per l'altezza EF per l'azione della sua gravità, e quest'ultimo tempo è espresso da $\sqrt{\frac{EF}{15}}$, nell'ipotesi che percorra 15 piedi nel primo secondo della sua caduta; dunque si ha $\frac{x}{u}=\sqrt{\frac{EF}{15}}$, ed $\frac{xx}{uu}=\frac{EF}{15}$. Ma EF$=ED-$FD, ED $=$BD tang. EBD, ed FD$=$BD tang. FBD; dunque EF$=$BD (tang. EBD$-$tang. FBD). Si ha ancora BD$=$BF cos. FBD; sostituendo questi valori nell' equazione $\frac{xx}{uu}=\frac{EF}{15}$, e mettendo x in luogo di BF, si avrà $\frac{xx}{uu}=\frac{1}{15}x$ cos. FBD (tang. EBD$-$tang. FBD), da cui si ricava $x=\frac{1}{15}u^2$ cos. FBD (tang. EBD$-$tang. FBD), quantità cognite, poichè l'angolo EBF può supporsi uguale all' angolo di mira HCB (p.80.), e che togliendolo dall' angolo d' inclinazione EBD, si ha l' angolo FBD.

Se la linea di mira è orizzontale, si avrà l'angolo EBD$=$HCB (fig.24.), tang. FBD$=$o, e cos. FBD $=$1; dunque in questo caso la portata di punto in bianco sarà $x=\frac{u^2 \, tang. \, HCB}{15}$.

Se la linea di mira passa al di sotto dell'orizzon-

n

tale BD (fig. 25, e 27.), si avrà $x = \frac{1}{15} u^2$ cos. FBD (tang. FBD ± tang. EBD); il segno + servirà per il caso indicato dalla fig. 25, ed il segno — per il caso della fig. 27.

Affine di paragonare queste formole colle precedenti, noi supporremo l'angolo di projezione EBD di 8 gradi, il che per il pezzo da 24 dà l'angolo FBD di 6° 44' 54"; se si ha u=1200, si troverà x=1112,5 piedi, ciò che dà una portata di circa 32 piedi più grande di quella trovata col primo metodo. Simili differenze hanno ancor luogo per gli altri casi, e ciò deve esser così, perchè ciò nasce dalla curva BF, e non dalla retta che ne unisce l'estremità, di cui si trova presso a poco il valore con quest'ultimo metodo. Noi ci riserberemo nella sezione seguente di entrare nel più gran dettaglio su questo soggetto.

Del tiro a rimbalzo.

94. La pratica del riro a rimbalzo consiste a caricare, e dirigere un pezzo di cannone in modo, che la palla passi un piede, o due al di sopra del sopracciglio del parapetto di un'opera di fortificazione, per cadere nel ramo che si vuole infilare, e saltando più volte distruggere tutto ciò che incontra nel suo cammino.

95. Egli è evidente, che per produrre questo effetto 1. la palla deve aver passato il punto il più elevato dalla curva di projezione, prima di arrivare al parapetto che deve sormontare, altrimenti passerebbe per sopra l'opera di cui se ne vogliono rovinare le difese, ed in conseguenza non si cagionerebbe alcun danno. 2. Bisogna che la palla caschi a terra sotto un angolo acutissimo, non solo perchè non s'infossi, ma ancora acciò rilevandosi possa descrivere una nuova curva, di cui l'elevazione nella più gran parte della sua estensione, non ser-

passi affatto quella dell' oggetto che si vuol prendere. 3. Il rimbalzo sarà altrettanto più distruttivo ne'suoi effetti, quanto più vi contribuiscono le condizioni accennate, e la palla avrà una più gran velocità, per cui sarà capace di un maggior urto. In seguito di queste condizioni passeremo a risolvere molti problemi riguardanti il tiro a rimbalzo, esponendo immediatamente li principali elementi da considerarsi, ed impiegarsi nella loro soluzione.

96. Sia il cannone A (fig 28.) fissato secondo la direzione della retta AQ, ABD una linea orizzontale che passa per la bocca del cannone, AMCH la curva descritta dalla palla; R il parapetto di un' opera di fortificazione, di cui il sopracciglio deve esser raso dalla curva suddetta al punto C; H un' altro punto, ove la stessa curva incontra il terrapieno del rampàro rappresentato dall' orizzontale RH. Dalli punti C ed H sieno abbassate sull'orizzontale AD le perpendicolari CB, HD, ed al punto M il più elevato della curva sia tirato l' asse MP, il quale prolungato in Q sino alla prima direzione AQ dà PQ=2PM. Può rilevarsi, che per l' effetto del rimbalzo, bisogna che la distanza AP dalla batteria all' asse della parabola, sia minore di AB distanza dalla stessa batteria al parapetto, e nel medesimo tempo più grande della metà di questa distanza, e che la direzione della palla allorchè cade al punto H faccia un angolo acutissimo coll' orizzontale RH. E' ancora necessario che la distanza AB, non che le due verticali BC, DH sieno conosciute. La trigonometria, o meglio ancora il colpo d' occhio, allorchè questo è bene esercitato, darà la conoscenza di AB, e BC. Riguardo alla verticale DH, questa potrà conoscersi per li profili ordinarj delle opere di fortificazione, e non si rischierà di sbagliar molto supponendo il punto H di 6 a 7 piedi meno elevato del punto C.

Ciò posto facciasi $AP=x$, $PM=y$, $AB=b$,

BC$=c$, AD$=d$, DH$=f$; la tangente dell' angolo di projezione in A$=t$, e la tangente dell' angolo di caduta in H$=T$. Le proprietà della parabola dimostrate alli (p 18.19.) danno 1. $x=\frac{cdd-bbf}{2(cd-bf)}$. 2. $y=\frac{cxx}{2bx-bb}=\frac{fxx}{2dx-ud}$; 3. $t:T::x:d-x$, e sostituendo il valore di x, si avrà $t:T::cdd-bbf:cdd+bbf-2bdf$. 4. Da un altra parte si ha $t=\frac{2y}{x}=\frac{cdd-bbf}{bdd-bbd}$, e mettendo questo valore di t nell'ultima proporzione, si avrà 5°. $1:T::bdd-bbd:cdd+bbf-2bdf$. Queste equazioni, e proporzioni ci dovranno servire per la soluzione de' seguenti problemi.

PROBLEMA I.

97. *Conoscendosi la distanza* AB *dalla batteria al parapetto* R, *l' altezza* BC *del punto* C, *ove il projetto deve passare superiormente al sopracciglio del parapetto; l' altezza* DH *del terrapieno del rampuro su cui deve cadere, e prendendo per* AP *una quantità arbitraria minore di* AB, *e più della metà di questa distanza; trovare l' angolo, e la forza di projezione, la posizione del punto di caduta* H, *e l' angolo di caduta della palla.*

Poichè si conoscono le quantità b, c, f, ed x, si conoscerà $y=\frac{cxx}{2bx-bb}$; si avrà dunque la tangente dell' angolo di projezione per l' equazione $t=\frac{2y}{x}$. L'equazione $y=\frac{fxx}{2dx-ud}$ dà $d=x+x\sqrt{\frac{y-f}{y}}$ o la distanza AD, e per conseguenza la posizione del punto H. Conoscendosi inoltre d, ed x, si troverà la tangente T dell' angolo di caduta in H

per la proporzione $t : T :: x : d-x$, che dà $T = \frac{t(d-x)}{x}$.

In fine sostituendo i valori di t, b, e c nell'equazione $a = \frac{bb(1+tt)}{4(tb-c)}$ (p.34.), si avrà la forza di projezione rappresentata da a, da cui si ricaverà la velocità del projetto moltiplicandola per 60, ed estraendo la radice quadrata da questo prodotto.

ESEMPIO.

Supponiamo la distanza AB di 150 tese, o 900 piedi; il punto C di 27 piedi più elevato del livello della batteria, ed il punto H di 21 piedi al di sopra dello stesso livello. Se si voglia che AP sia li $\frac{2}{3}$ di AB, sarà $x=600$; dunque $y=36$, ciò che dà log. $t = l.\frac{2y}{x} = 9,0791812$, a cui corrisponde 6° 51' per l'angolo di projezione.

Li valori di $x=600$, $y=36$, ed $f=21$ essendo sostituiti nell'equazione $d = x + x\sqrt{\frac{y-f}{y}}$ danno $d = 987,29$, da cui si ricava BD, o $RH = d - b = 87,29$ piedi. Dunque la palla cascherà a 14 tese, e 3 piedi dal parapetto, sotto un'angolo, di cui $l.$ tang. $= l.\frac{t(d-x)}{x} = 8,8890756$, che corrisponde a 4° 25', angolo d'incidenza molto proprio per facilitare il rimbalzo.

Finalmente nell'equazione $a = \frac{bb(1+tt)}{4(tb-c)}$ sostituendo li valori di $b=900$, $c=27$, e $t=0,12$, si troverà $a=2536$ piedi, a cui corrisponde una velocità di 390 piedi a secondo.

PROBLEMA II.

98. *Conoscendosi la distanza* AB, *le altezze* BC, DH, *e la posizione del punto* H; *trovare la distanza* AP *dal cannone all'asse della parabola, gli angoli di projezione, e di caduta, e la velocità della palla.*

Conoscendosi quì le quantità b, c, d, ed f, si avrà AP$=x$ per l'equazione $x=\frac{cdd-bbf}{2(cd-bf)}$, ed y per l'equazione $y=\frac{cxx}{2bx-bb}$, x, ed y essendo conoscinte, si troverà l'angolo di projezione QAP per la sua tangente $t=\frac{2y}{x}$, e l'angolo di caduta in H avrà per tangente $T=\frac{t(d-x)}{x}$. La velocità del mobile si trova come quì sopra, per l'equazione $a=\frac{bb(1+tt)}{4(tb-c)}$, ed è espressa da $\sqrt{60}\,a$.

ESEMPIO.

Essendo la batteria alla stessa distanza di 900 piedi; se si propone di far passare la palla pel punto C elevato di 27 piedi sopra il livello della batteria, in modo che abbia a cadere in un punto H lontano dal parapetto di 12 tese, o 72 piedi; l'altezza DH essendo di 21 piedi, si avrà $b=900$, $c=27$, $d=972$, ed $f=21$. Dunque $x=\frac{cdd-bbf}{2(cd-bf)}$ $=578,647$ piedi, ed $y=\frac{cxx}{2bx-bb}=39,04$. Questi valori daranno l'angolo di projezione, per la sua tangente $t=\frac{2y}{x}$, di cui il logaritmo 9,1301353 indica un' angolo di 7° 41'. L'angolo di caduta si

trova per la sua tangente $T = \frac{t(d-x)}{x}$, al di cui logaritmo corrisponde un' angolo di $5° 14'$.

Finalmente per l' equazione $a = \frac{bb(1+tt)}{4(tb-c)}$, e per l' espressione $\sqrt{60\,a}$, la velocità del projetto deve essere di 362 piedi a secondo.

PROBLEMA III.

99. *Conoscendosi sempre la distanza orizzontale* AB, *e la verticale* BC *del punto* C, *ove la palla deve passare per sormontare il parapetto, coll' angolo che deve avere nella sua caduta al punto* H, *di cui l' elevazione* DH *è ancora conosciuta; trovare l' angolo di projezione, e la velocità della palla.*

Le quantità b, c; f e T essendo conosciute, si potrà trovare il valore di d per la proporzione $1 : T :: bdd - bbd : cdd + bbf - 2bdf$, che dà l'equazione $(Tb-c)\,dd - (Tbb-2bf)\,d = bbf$; dividendosi per $Tb-c$, si avrà $dd - \frac{(Tbb-2bf)}{Tb-c}d = \frac{bbf}{Tb-c}$; da cui si tira $d = \frac{Tbb-2bf}{2(Tb-c)} + \sqrt{\left(\frac{(Tbb-2bf)^2}{4(Tb-c)^2} + \frac{bbf}{Tb-c}\right)}$

$$= \frac{b\left[Tb-2f+\sqrt{\left(T^2b^2-4f(c-f)\right)}\right]}{2(Tb-c)}.$$

Questo valore di d essendo posto nell' equazione $x = \frac{cdd-bbf}{2cd-2bf}$ darà l' altro di x; e si troveranno i valori di y, t, ed a come nel problema precedente.

ESEMPIO.

Si cerca di far passare una palla per un punto C elevato 60 piedi al di sopra del livello della batteria, in modo che cadendo sul terrapieno del ramparo elevato 54 piedi; l' angolo di caduta sia di 5 gradi, la distanza della batteria al parapetto essendo data di 200 tese, o 1200 piedi. Si ha quì $b=1200$, $c=60$, $f=54$, e $l.\ T=8,9419518$; dunque $Tb=104,99$, $T^2b^2=11022$; $4f(c-f)=1296$, $Tb-2f=-3,01$, e $Tb-c=44,99$. Quindi risulta $d=\frac{1200(-3,01+\sqrt{9726})}{89,98}=1275,08$. Cioè la palla cascherà a 75 piedi, o 12 tese, e 3 piedi distante dal parapetto, facendo la sua direzione un angolo di 5 gradi coll' orizzonte.

Mettendo poi questo valore di d, e quelli di b, c, ed f nell' equazione $x=\frac{cdd-bbf}{2cd-2bf}$, si troverà che l' asse della parabola è lontano dal cannone circa 141 tese.

Infine l' equazione $t=\frac{Tx}{d-x}$ dà $\log. t=9,2358251$, e fa vedere che l' angolo di projezione deve essere di 9° 46', e si conchiuderà impiegando l' equazione $a=\frac{bb(1+tt)}{4(tb-c)}$, che la velocità della palla deve essere di circa 390 piedi a secondo.

PROBLEMA IV.

100. *Conoscendosi la velocità della palla, l'altezza del parapetto che deve sormontare, quella del terrapieno del ramparo ove deve cadere, e l' angolo che la sua direzione deve fare cadendo; trovare l' angolo di projezione, ed a qual distanza bisognerà situare la batteria.*

Chiamandosi a l' altezza dovuta alla velocità colla quale la palla parte dal punto A per descrivere la parabola AMCH; $a-f$ sarà l' altezza dovuta alla velocità colla quale percorrerebbe la parabola HCMA in senso contrario partendo da H; e come il punto A è più basso del punto H, si avrà in quest' ultimo caso l' equazione $a-f=dd\frac{(1+TT)}{4(Ta+f)}$ che dà $d=\frac{2T(a-f)}{1+TT}+\sqrt{\left(\frac{4TT(a-f)^2}{(1+TT)^2}+\frac{4f(a-f)}{1+TT}\right)}$ per la distanza AD. Prolungando l' orizzontale HR sino alla parabola in N, si avrà la doppia ordinata HN, di cui si troverà il valore per l' equazione $a-f=\frac{NH(1+TT)}{4T}$ (per il terzo caso del paragrafo 34), supponendosi sempre che il mobile parta dal punto H sotto un' angolo di cui la tangente $=T$. La metà di questa doppia ordinata darà PD$=d-x$, e per conseguenza AP$=x$. Conoscendo RC$=c-f$, si troverà HR$=d-b$ per l' equazione $a-f=\frac{(d-b)^2(1+TT)}{4(T(a-b)-(c-f))}$, che dà $d-b=\frac{2T(a-f)}{1+TT}-\sqrt{\left(\frac{4TT(a-f)^2}{(1+TT)^2}-\frac{4(c-f)(a-f)}{1+TT}\right)}$, da cui è facile aversi il valore di b, o della distanza della batteria al parapetto R. In fine l' equazione $t=\frac{Tx}{d-x}$ darà l' angolo di projezione.

ESEMPIO.

Supponiamo che il projetto debba partire dal punto A con una velocità di 400 piedi per secondo, per passare al di sopra del parapetto R per un punto C elevato di 60 piedi, e cadere in H sul ramparo elevato di 54 piedi, e sotto un angolo d' incidenza di 5 gradi: si ha dunque $a = 2666\frac{2}{3}$. $a-f = 2612\frac{2}{3}$, $c = 60$, $f = 54$, $c-f = 6$, $l.T = 8,9419518$, e $l.(1+TT) = 0,0033116$. Questi valori essendo sostituiti nelle equazioni di questa soluzione, si troverà $d = AD = 1328,82$, $HR = 907,37$, di cui la metà 453,68 dà PD. Dunque $AP = AD - PD = 875,14$, $d-b = 74,73$ o circa tese $12\frac{1}{2}$ per la distanza del parapetto al punto di caduta H, $b = 1254,09$, o 209 tese, distanza alla quale bisogna situare la batteria; e finalmente l' equazione $t = \frac{Tx}{a-x}$ da' $l.\ t = 9,2272751$, e fa vedere che l'angolo di projezione debba essere di 9° 35'.

101. Noi non parleremo di altri problemi che si possono proporre sul tiro a rimbalzo, mentre quel che finora si è detto è più che sufficiente, onde conoscere la maniera come risolverli. Noi aggiungeremo solamente, che una delle condizioni di questo tiro è, che la palla debba elevarsi poco ne'suoi diversi rimbalzi; questa condizione sarà pienamente adempita, se radendo il sopracciglio del parapetto la palla va a cadere sul ramo dell' opera, di cui se ne vuole rovinare la difesa, e verso la metà della sua lunghezza, cioè se la distanza del parapetto al primo punto di caduta è di 25 a 30 tese; mentre è chiaro, che di questa maniera la palla con un più forte impulso, si troverà in tutto il suo corso al di sopra di quest' opera per un' altezza minore di RC, e potrà incontrare tutti gli oggetti che hanno meno di 6 piedi di altezza. L' angolo, e la

forza di projezione adattata per produrre questo effetto, si determinano col problema secondo.

102. Quì sarebbe luogo di esaminare l'effetto del rimbalzo relativamente all'angolo di riflessione, paragonato con quello di caduta, o d' incidenza, e cercare di conoscere li gradi di velocità che restano alla palla dopo ciascun rimbalzo; ma oltre che non ne risulterebbe alcun vantaggio per la pratica, che noi abbiamo principalmente in vista in quest' opera, un simile esame non potrebbe esser fondato che sopra ipotesi spesso arbitrarie, e sempre incerte. Il mobile è esso duro o elastico, e quali sono i suoi gradi di elasticità? La superficie con cui si riflette è essa flessibile, o elastica, ed a che grado? Il terreno è esso omogeneo, compatto, e qual' è la sua tenacità, e la coesione delle sue parti ec. Tutte queste circostanze come si vede possono portare una infinità di combinazioni, che all' infinito possono far variar l'angolo, e la velocità di riflessione. Se è difficile di rinvenirla giusta volendone considerare un sol caso, sarà inutile di esaminarli tutti. Contentiamoci dunque di osservare, che per facilitare il rimbalzo, bisogna che l'angolo d'incidenza sia acutissimo, e non passi più di 8 in 10 gradi; che quest' angolo diviene tanto più acuto, quanto altrettanto lo è quello di projezione; che il punto di caduta è più vicino del punto più elevato, o della sommità della curva descritta dalla palla, e che in generale la differenza fra l' angolo di projezione, e quello di caduta agumenta a misura, che il punto di caduta è più elevato al di sopra del livello della batteria, di maniera che quando si è nel caso di scegliere la posizione dell' asse della parabola, come nel problema I., bisogna avvicinarlo quanto più si può al parapetto, che la palla deve sormontare, essendo questo parapetto più elevato.

L' ordine delle materie che noi ci siamo propo-

sti di eseguire al (p.49.) esigerebbe che si facesse quì menzione del tiro del fucile, ma siccome non si potrebbe che ripetere in gran parte ciò ch'è stato detto sul tiro del cannone, noi ci riserberemo nella sezione seguente di trattare più particolarmente ciò che concerne questa terz'arma.

103. La resistenza dell'aria in cui si muovono i projetti, è un'ostacolo che non abbiam finora considerato, e che in conseguenza produce de' significanti cambiamenti alli risultati della teoria che noi abbiamo esposta. Un corpo che si muove nell' aria quando ancora la forza del peso non agisse su di esso, pure non percorrerebbe una linea retta secondo la quale è slanciato con moto uniforme, perchè l'aria li oppone una continua resistenza, la quale distrugge in ogni istante una parte della sua velocità, e per la stessa ragione il moto uniformemente accelerato che risulta dal peso, riceve ancora qualche alterazione. Dunque 1. la curva di projezione non è più una parabola, non potendo questa curva esser descritta in virtù di un moto uniforme da una parte, combinato dall'altra col moto uniformemente accelerato: 2. l'angolo, e la forza di projezione essendo date, l'ampiezza, o portata orizzontale è sempre minore di quella, che risulta dalle equazioni trovate quì sopra. 3. Il punto più elevato della curva descritta dal projetto, non corrisponde affatto alla metà dell'ampiezza orizzontale, ma è più vicino al punto di caduta, che all'altro della projezione. 4. L'angolo di caduta all'estremità della portata orizzontale è più grande che l'angolo di projezione. 5. L'angolo che dà la più grande ampiezza è minore dell'angolo di 45 gradi, e ne differirà tanto più, quanto maggiore sarà la velocità, colla quale il projetto viene scagliato. 6. Li due angoli sotto de' quali un mobile può giungere allo stesso punto situato al livello della batteria, non sono compimenti uno dell'altro, ma il più grande differisce meno da 45 gradi, che

il più piccolo. 7. Finalmente ed in generale, le differenze di cui noi abbiamo parlato, e che son cagionate dalla resistenza dell' aria, divengono tanto più considerevoli, quanto maggiore è la velocità del projetto, e che la sua superficie è più grande riguardo della sua massa. Questo è quello che noi andiamo ad esaminare nella sezione seguente.

SEZIONE II.

Del moto de' projetti nell' aria.

104. Un corpo che si muove in un fluido pruova una resistenza, la quale tende continuamente a ritardare il suo moto Questa resistenza nasce principalmente da ciò, che ogni corpo in moto non può incontrare un altro, senza che la sua velocità sia diminuita, o totalmente distrutta. E' ciò una conseguenza de' principj di meccanica che non vi è azione, senza una reazione uguale, e direttamente opposta, e della proprietà che hanno i corpi di resistere in ragione delle loro masse ad ogni cambiamento di stato Ora un corpo che si muove nell' aria, o in qualunque altro fluido, incontra continuamente delle nuove particelle, le quali è obbligato di separare per traversarle. Queste particelle per la loro inerzia che è comune a tutte le parti della materia, debbono resistere alla loro separazione prendendo un altro movimento, ed in conseguenza debbono ritardare quello del mobile, facendogli perdere in ogni istante una parte della sua velocità. Tal è in generale l' effetto della resistenza, che i fluidi oppongono ai corpi che in essi si muovono. Ma qual è questa velocità che il mobile perde in ciaschedun'istante? Ha essa un rapporto costante colla sua velocità attuale? Qual è questo rapporto? Sarebbe poco conoscere la natura de' fluidi, o sarebbe più tosto pretendere di averne una conoscenza ch'è impossibile di acquistare, il voler rispondere a questa quistione con una regola generale. In fatti molte circostanze tanto dalla parte del corpo in moto, che per il fluido in cui si muove, concorrono a variare l' effetto di questa resistenza Dalla parte del

mobile particolarmente sono i suoi gradi di velocità, la configurazione della parte d'avanti che si oppone al fluido, ed il suo peso, ec. Dalla parte del fluido sono la sua densità, la sua tenacità, o coerenza delle sue particelle, il loro attrito contro la superficie del mobile, e fra di loro.

105. Poste dunque uguali tante cagioni, che possono generalmente alterare gli effetti della resistenza che pruova il mobile, i primi principj di fisica possono convincerci, 1. che la resistenza di un fluido cresce col crescere della velocità del mobile, 2. la resistenza contro un piano perpendicolare alla direzione del moto, è maggiore di quella che si opporrebbe a questo istesso piano, se si presentasse in posizione obliqua a questa direzione. 3. La resistenza di un fluido è tanto più grande, quanto è maggiore la sua densità rispetto a quella del mobile, 4 la tenacità del fluido, o coerenza delle sue particelle, ed il loro attrito contro la superficie del mobile e fra di esse, contribuiscono ad agumentare la resistenza, a cagione della difficoltà che il mobile incontra nel separare le parti del fluido, per formarsi un passaggio a traverso di esse; difficoltà che non può superarsi senza la perdita di una parte della velocità del mobile; ma queste due ultime cause non producono un' effetto sensibile, che ne' fluidi molti densi, onde senza tema di errore questa circostanza può trascurarsi, e particolarmente ne'moti rapidi, ed in un fluido molto raro, com' è quello della nostra atmosfera, e che noi quì principalmente avremo in veduta.

106. Per essere nello stato di valutar bene le regole, che la teoria prescrive nella determinazione degli effetti, che avremo bisogno di conoscere, è molto a proposito di prestare una particolare attenzione a ciò che avviene nell' incontro delle particelle di un fluido con un solido che in esso si muove. Si vede immediatamente, che se un corpo è terminato anteriormente, da un piano perpendicolare

alla direzione del moto, ciascuna particella incontrata dal mobile è necessariamente spinta in avanti, e sarebbe trascinata secondo questa stessa direzione, se non vi si presentassero successivamente altre particelle, che obbligano le prime ad allontanarsi e portarsi in tutti li sensi verso l'orlo del piano, e di rivolgersi verso la parte posteriore del piano istesso. Avviene ancora, che la maggior parte di queste particelle, prima che abbiano potuto giungere al mobile, ed essere spinte immediatamente, son forzate di separarsi, e non partecipano all' impulsione del piano urtante, che per mezzo di altre mollecole intermedie, che ne modificano gli effetti. Da ciò nasce una varietà, ed una complicazione di movimenti, che il calcolo non può assoggettarli alle loro leggi.

107. Se il mobile termina dalla parte del suo movimento con un piano obliquo a questa direzione, a primo colpo d' occhio sembra, che dovrebbe più facilmente sormontare gli ostacoli che incontra nel suo cammino, che le particelle del fluido cederanno più facilmente al suo impulso, incomoderanno meno ne' diversi movimenti ch' esse saranno obbligate di prendere, guadagneranno con più facilità il bordo del piano urtante per portarsi in dietro di esso, e meno si accumuleranno in avanti; che esse faranno meno sforzo per ritardare il movimento, e tanto meno, quanto più grande sarà l' obliquità del mobile. Ma quì si presenta però una circostanza più propria ad agumentare la resistenza, che a diminuirla: ciò è, che la maggiore facilità che hanno le particelle del fluido per scappare da un lato del piano obbliquo, è compensata dalla difficoltà ch' esse trovano a risalire le altre. In fatti è chiaro, che se il piano AB (fig.29.) si muove secondo la direzione CD, le particelle del fluido ch' esso incontra, essendo determinate ad allontanarsi in tutti i sensi dalla direzione CD, mentre le particelle che son portate dalla parte B se ne scap-

pano più facilmente, quelle che vanno dalla parte di A sono molto più incomodate nel loro moto, essendo come ricalcate in questo sito, si accumuleranno di più, opporranno in questa parte una resistenza più grande, che se il piano AB fosse perpendicolare alla direzione del movimento; resistenza che deve agumentare coll' inclinazione maggiore del piano. Si vede dunque che vi vuol più per superare la resistenza del fluido contro il movimento di un piano obliquo, sia uguale, ed uniforme in tutta l' estensione di questo piano: ed è maggiore nell' angolo acuto che questo piano forma colla direzione del moto, che nell' angolo ottuso, con una differenza però, che dipende dalla velocità del piano, dalla sua grandezza, dalla sua inclinazione, e dalla natura del fluido.

108. Allorchè la superficie anteriore del mobile è curva, egli è chiaro, che lo sforzo della resistenza del fluido si esercita contro una infinità di piani diversamente inclinati; si può dunque a ciascuno di essi applicare ciò che si è detto nell' articolo precedente. Ma si vede però nel tempo stesso, che le particelle del fluido incontrate in qualunque di questi piccioli piani debbono esser meno incomodate dalle particelle esposte all' urto de' piani adjacenti, perchè queste quì, a motivo di una differente obbliquità scappano più facilmente all'impulsione del fluido, d' onde risulta sulla totalità della superficie curva una resistenza minore, che se essa fosse piana. Da ciò debbono nascere tutti gli effetti nominati di sopra combinati all' infinito, e modificati secondo le differenti inclinazioni di questi piccioli piani, che formano la superficie curva del mobile. Queste modificazioni quantunque indispensabili a conoscersi, non essendo affatto di natura tale da poter essere sufficientemente stimate, e da sottoporsi a calcolo, non si potrà avere sulla resistenza de' fluidi, che delle teorie imperfette: mediante però delle pruove, ed esperienze, è fa-

P

cile di renderne ragione, applicando alle leggi prescritte dalla teoria ordinaria, le rimarche che andremo a fare

109 La prima di queste leggi è, che posto tutto uguale, *la resistenza di un fluido contro de' piani di differenti grandezze, che son perpendicolari alla direzione del mobile, è proporzionale all' estensione di questi piani*. Questo principio fondato unicamente su di ciò, che la resistenza è proporzionale al numero delle particelle rimosse nello stesso tempo, è evidentemente falso; mentre oltre il numero delle particelle, è chiaro che la difficoltà ch' esse trovano a rivolgersi per portarsi verso gli orli del piano, deve agumentare coll'estensione del piano, e rendere la resistenza più grande, che non lo comporta il rapporto della grandezza de' piani. Perchè questo rapporto possa aver luogo, bisognerebbe che le particelle del fluido a misura ch' esse son percosse dal piano urtante, fossero tutte in un colpo annientate, o in un subito gettate fuori dell' estensione del piano, affinchè esse non potessero nè impedire, nè modificare l'effetto dell' impulsione di questo piano sulle particelle seguenti, e la reazione di queste. Una simile ipotesi non essendo ammissibile, la resistenza di un fluido contro de' piani di differenti grandezze, non può esser proporzionale all' estensione di questo piano; essa necessariamente agumenta in un più grande rapporto di quello de' piani; e bisogna riflettere, che questo agumento dipende dalla velocità del piano urtante, e dalla natura del fluido; ch' essa è minore in un fluido raro, ed elastico, e che diminuisce colla velocità del piano.

110. La seconda legge della resistenza de' fluidi è, che *contro de' piani differentemente inclinati, la resistenza è proporzionale al quadrato de' seni degli angoli d' inclinazione*. Questa legge suppone come la prima, che la resistenza è uguale, ed uniforme su tutta l' estensione del piano urtante, e non di-

pende, che dal numero delle particelle che incontra nel medesimo tempo. Or noi abbiam veduto ne' paragrafi 104, 105, che le cose non passano punto così, tanto nell'urto diretto, che nell'obbliquo. Quest' urto eccita nel fluido una infinità di movimenti, che si confondono scambievolmente, si alterano, e si modificano, e rendono per conseguenza la legge di resistenza contro de' piani obbliqui molto più complicata che la ragione duplicata de' seni degli angoli d' inclinazione. Seguendo questo rapporto, la resistenza de' fluidi dovrebbe diminuire col diminuire dell'angolo d'inclinazione, ma l'esperienza fa vedere il contrario. Dunque è facile di conchiudere, che bisognerà attenersi a quanto è stato detto nel parag. 105.

111. La resistenza di un fluido contro una superficie curva, si calcola ordinariamente in seguito della proprietà della curva indicata per la sua equazione, e sul principio di una resistenza proporzionale al quadrato de' seni degli angoli d' inclinazione. Il minor difetto di questo metodo è di considerare la stessa resistenza per una superficie concava, che per una superficie convessa della stessa curva, il che è contro ogni vera somiglianza. Ma sarebbe facile di evitare questo errore, applicando il metodo alle superficie convesse, se questo d' altronde non fosse fondato su di un principio erroneo, cioè quello della resistenza in ragione duplicata de' seni degli angoli d'inclinazione, di cui noi passeremo a farne conoscere il difetto.

112. Un' altra legge della resistenza de' fluidi, che a noi importa più di ben conoscere, consiste sul rapporto delle resistenze del medesimo fluido contro lo stesso mobile, che vi si muove con differenti gradi di velocità: questo rapporto generalmente è quello de' quadrati delle velocità, cioè che ad una velocità doppia, tripla, quadrupla, ec. il fluido oppone una resistenza quattro volte, nove volte, sedici volte più grande. Ecco la ragione che

se ne assegna. La resistenza è proporzionale al numero delle particelle rimosse nel medesimo tempo, e questo numero è come lo spazio percorso in questo stesso tempo, cioè come la velocità. Di più essa è proporzionale alla forza colla quale è colpita ciascuna particella, e questa forza è ancora come la velocità del mobile. Dunque la resistenza è in ragion duplicata, o come il quadrato della velocità. Quantunque in questo ragionamento si faccia astrazione delle principali circostanze enunciate al (p. 103), intanto è da credersi, che trattandosi quì dello stesso mobile, della medesima superficie urtante, e del medesimo fluido, che non si abbia altra differenza, che nella velocità, ed è da credersi che questa legge si allontani meno dalla verità, che le precedenti. Se essa manca in qualche punto, questo è, che impiegandola per paragonare gli effetti della resistenza contro delle velocità troppo differenti tra loro, contro la velocità di un movimento lentissimo, e quella di un movimento molto rapido; si troverebbe per il movimento rapido una resistenza molto debole, se si deducesse per questa regola dalla resistenza, che il fluido oppone ad un movimento lento. Del resto tutto ciò dipende dalla natura del fluido. Se esso è elastico, il principio in quistione darà de' risultati tanto più approssimanti alla verità, quanto più grande sarà l'elasticità, mentre ciò è in virtù del grado di elasticità, di cui il fluido è provveduto, per cui le sue particelle si rimettono più, o meno prontamente nell' equilibrio ch'è stato rotto per il colpo, e che esse rientrano più, o meno facilmente dietro del mobile. Egli è vero che questa stessa proprietà rendendo il fluido compressibile, può arrivare che il movimento sia assai rapido, la velocità del mobile assai grande, per accumulare le particelle del fluido sulla sua parte anteriore prima ch'esse potessero separarsi, agumentar così la densità del fluido, ed in conseguenza la sua resistenza.

La velocità del movimento può esser tale ancora, che il fluido non possa affatto riempire nel medesimo istante lo spazio, che il mobile continuamente abbandona in dietro; è chiaro allora, che se il fluido è l'aria, oltre dell'agumentazione della resistenza cagionata dalla più gran densità, il corpo dovrà ancora sostenere tutta la pressione dell' atmosfera. La minor velocità necessaria a questo effetto è quella di una altezza 850 volte 32 piedi, la quale è di 1282 piedi a secondo, supponendosi la pressione dell' atmosfera equivalente al peso di una colonna d' acqua di 32 piedi di altezza, e l' acqua 850 volte più densa dell'aria. Questa velocità di 1282 piedi a secondo, è quella colla quale l'aria in virtù della sua elasticità, o della pressione dell'atmosfera, penetra in uno spazio vuoto; così da che la velocità del mobile eccede 1282 piedi per secondo, la pressione dell'atmosfera concorre colla resistenza per rallentare il suo movimento; e si vede senza pena, che nel caso di una velocità minore il mobile non ha al più che una parte di questa pressione a sormontare. Questa quantità che deve riguardarsi sulla differenza tra la densità del fluido in avanti, e dietro del mobile, svanisce in fine, allorchè la densità del fluido è uniforme attorno del corpo, ciò che non può aver luogo, che nel caso di un movimento lento, o pure allorchè l' elasticità del fluido è assai grande, acciocchè l' equilibrio rotto dal colpo sia più presto ristabilito tra le particelle del fluido. E' in quest' ultimo caso solamente, che si può strettamente ammettere la legge della resistenza proporzionale alli quadrati della velocità. In tutt' altro la densità del fluido avanti del mobile variando col variare della velocità, è lo stesso, come se il corpo attraversasse successivamente de'mezzi differentemente densi, di cui la densità diminuisse gradatamente a misura, che si rallenta il moto. Or dunque è chiaro che questa supposizione esclude quella di una densità uniforme su di cui è fon-

data la regola di una resistenza proporzionale agli quadrati delle velocità.

Noi non ci tratterremo di vantaggio su questa materia, giacchè un esame più profondo ci farebbe scoprire delle nuove difficoltà. Contentiamoci di osservare, che per stabilire sulla resistenza de' fluidi una teoria completa, e soddisfacente, è indispensabile di porre in considerazione tutte le circostanze enunciate negli articoli precedenti; sol mezzo di ottenere una legge generale, da cui si potesse dedurre tutti i casi particolari, ed una formola di resistenza applicabile a tutti i gradi di velocità del mobile, ed a tutti li gradi di densità del fluido.

Se a questa proprietà, la formola potesse unirsi ad un calcolo poco complicato, e ad una facile applicazione alla pratica, la teoria avrebbe tutta la perfezione che si potrebbe desiderare. Intanto attendendo che un'abile mano possa riempiere la nostra aspettazione su questo riguardo, noi ci atterremo alla teoria di Newton sufficiente in molte circostanze, per cui non sarà impossibile di adattarla al moto rapido de' projetti lanciati dalle bocche a fuoco. Noi passeremo ad esporla nella maniera la più breve possibile.

Teoria della resistenza de' fluidi.

113. Se un cilindro si muove uniformemente secondo la direzione del suo asse in un fluido della stessa densità che la sua, e di cui le particelle non potessero esser forzate che in avanti nella stessa direzione, in modo che in tempi uguali esso rimuova uguali quantità di fluido, e loro comunichi i gradi di velocità, di cui è attualmente animato; egli è evidente, che dopo aver percorso uno spazio uguale alla lunghezza del suo asse, questo cilindro avrà rimossa una massa di fluido uguale alla sua, e le avrà comunicata tutta la sua velocità, e per

conseguenza avrà perduto tutto il suo moto. Dunque la resistenza del fluido è in questo caso equivalente ad una forza capace di distruggere il movimento del cilindro, o di produrlo, nel tempo che percorre la lunghezza del suo asse. L'effetto di questa resistenza è lo stesso, che quello di una forza che agisse contro del cilindro in una direzione contraria a quella del suo moto, distruggendo in tempi uguali parti uguali della sua velocità. Questa è un forza analoga alla gravità, la quale agisce contro un corpo lanciato verticalmente da basso in alto.

114. Questo caso avrebbe luogo per un fluido rinchiuso in un canale, ove le sue particelle forzate dal cilindro in moto, non si potrebbero allontanare per alcun lato dalla sua direzione. Ma se il fluido è indefinitamente esteso, o libero da tutt'i lati, le sue particelle forzate dal cilindro si moveranno per ogni senso, e non opporranno più che una resistenza metà della precedente, allora la resistenza è uguale ad una forza capace di generare, o distruggere il moto del cilindro nel tempo ch'esso percorrerebbe uniformemente due volte la lunghezza del suo asse.

115. Per convincerci della verità di questo principio, immaginiamo una mezza sfera formata dalla rivoluzione di un quarto di cerchio CHB (fig.30.) attorno il raggio CB, che noi supporremo essere la direzione della velocità del cilindro. CM la direzione, e la velocità di una particella del fluido al primo istante del suo moto: questa velocità potrà decomporsi in due altre CP, e PM, una perpendicolare, e l'altra parallela al moto del cilindro: la prima non opponendosi a questo moto, la resistenza della particella diretta secondo CM, non sarà espressa, che per PM. Dunque la resistenza del fluido allorchè le sue particelle son tutte forzate in avanti secondo la direzione del cilindro, è alla sua resistenza allorchè le particelle hanno la libertà di

muoversi per ogni senso, come la somma de' raggi tirati a tutti li punti della superficie della mezza sfera, è alla somma de' seni corrispondenti alli stessi punti. Se dunque si nomini il raggio $CB = a$, e $CP = x$; tirata pm infinitamente vicino a PM, si avrà $Pp = dx$, e sarà l'arco $Mm = \frac{adx}{\sqrt{(aa-xx)}}$; la zona sferica descritta da $Mm = \frac{maxdx}{\sqrt{(aa-xx)}}$, (esprimendo m il rapporto della circonferenza al raggio), ed $\frac{maxdx}{\sqrt{(aa-xx)}} \times \sqrt{aa-xx}$, o $maxdx$ sarà la somma de'seni, che corrispondono a tutti li punti di questa zona. L'integrale $\frac{1}{2} maxx$ di questo differenziale esprimerà dunque la somma de' seni, che corrispondono a tutti li punti della superficie sferica descritta dall'arco BM. Finalmente mettendo a in luogo di x, si avrà $\frac{1}{2} ma^3$ per la somma di tutte le PM. Or la somma di tutte le CM è $= ma^3$. Dunque queste due somme sono fra loro come 1 : 2., e quindi questo rapporto ancora è quello delle due resistenze di cui abbiamo parlato.

116. Siegue da ciò, che se un cilindro si muove secondo la direzione del suo asse in un fluido della medesima densità, e colla velocità, che avrebbe acquistata cadendo nel vuoto da una altezza uguale alla sua lunghezza, incontra una resistenza equivalente al suo peso, mentre questa resistenza è uguale alla forza che produrrebbe il moto del cilindro, nel tempo che percorrerebbe uniformemente due volte la sua lunghezza, o che caderebbe liberamente da una altezza uguale alla sua lunghezza, e questo è precisamente l'effetto della gravità naturale de' corpi.

117. Se la densità del fluido è maggiore, o mi-

more dell' altra del cilindro, è chiaro che la resistenza augumenterà, o diminuirà nel rapporto di questa densità, cioè la resistenza del fluido è alla forza capace di generare, o di distruggere il moto del cilindro nel tempo che esso percorre due volte la sua lunghezza, come la densità del fluido è a quella del cilindro.

118. Siegue in fine, che la resistenza che un cilindro prova in un fluido, è uguale al peso di una colonna di questo fluido della stessa base di quella del cilindro e di un' altezza uguale a quella, da cui un corpo dovrebbe cadere nel vuoto per acquistare la velocità del cilindro.

119. Ciò che si è detto del cilindro, facilmente si potrà applicare alla sfera dello stesso diametro, allorchè si conoscerà il rapporto delle resistenze, che il medesimo fluido oppone a questi due corpi. Per trovare questo rapporto, sia una mezza sfera formata dalla rivoluzione del quarto di cerchio ACB (fig. 31.) attorno il raggio AC, che noi supporremo essere la direzione del moto della sfera. Da un punto qualunque M dell'arco AB si tiri MP perpendicolare su BC, e sul suo prolungamento si prenda una parte MD, per rappresentare la forza d'impulsione della sfera contro le parti del fluido, il che è lo stesso di supporre la sfera in riposo, ed il fluido in movimento secondo la direzione DM, o la forza d'impulsione contro la sfera.

Se si tiri inoltre al punto M la tangente ME, e la perpendicolare DE su questa tangente, è evidente che la forza assoluta del fluido colla quale urterebbe direttamente la base del cilindro al punto P, è alla sua azione contra la superficie della sfera al punto M, come sta DM a DE, perchè la forza espressa per ME niente contribuisce al moto della sfera. Ma la forza DE essendo ancora obbliqua alla direzione della sfera, o del fluido, si decomporrà ancora essa tirando EF perpendicolare su DM, in due altre DF, FE, delle quali la sola pri-

ma spinge secondo la direzione del fluido, e contribuisce a ritardare il moto della sfera. L' altra forza EF sebbene tende a deviare la sfera della sua direzione, essa viene distrutta da una forza uguale, e direttamente opposta, che può determinarsi prendendo un punto N dall'altra parte di A ugualmente lontano di M sul raggio CA. Dunque la forza che esercita il fluido contro un punto P della base del cilindro, è a quella che esercita contro il punto corrispondente M della superficie della sfera, come DM : DF, o come $\overline{DM}^2 : \overline{DE}^2$ o come $\overline{CM}^2 : \overline{PM}^2$, per i triangoli simili DME, MCP; e quindi la resistenza che incontra il cilindro, è a quella che incontra la sfera nello stesso fluido, come la somma di tutte le $\overline{CM}^2$, è alla somma di tutte le $\overline{PM}^2$. Chiamando dunque a il raggio AC, $CP = x$, sarà la parte infinitesima $Pp = dx$, e la corona descritta da Pp sarà $mxdx$, e le $\overline{PM}^2$ corrispondenti a questa corona $= mxdx\,(a^2 - x^2) = m\,a^2\,xdx - mx^3\,dx$, di cui l'integrale è $\frac{1}{2}\,ma^2\,x^2 - \frac{1}{4}\,mx^4$, che diviene $\frac{1}{4}\,ma^4$ essendo $x = a$. Ma lo stesso numero di $\overline{CM}^2$ è $= \frac{1}{2}\,ma^4$. Dunque la resistenza della sfera è a quella del cilindro, come $\frac{1}{4}$ è ad $\frac{1}{2}$, o come $1 : 2$.

120. Si può dunque conchiudere 1., che la resistenza che un fluido oppone al moto di un globo, è la metà di quella, che incontra un cilindro dello stesso diametro, e della medesima densità, di quella del globo.

121. 2. La forza della resistenza che un globo prova dalla parte di un fluido in cui si muove, è uguale al peso di una colonna di questo fluido del

medesimo diametro di quello del globo, di cui l' altezza è metà di quella, da cui dovrebbe cadere nel vuoto per acquistare la velocità del globo.

122. 3. Questa stessa resistenza è alla forza capace di generare, o distruggere il moto del globo, nel tempo che impiegherebbe a percorrere uniformemente otto volte il terzo del suo diametro, come la densità del globo è a quella del fluido, mentre essendo questo un cilindro equilatero, la metà della forza che distruggerebbe il moto del cilindro nel tempo ch' esso percorre due volte la sua lunghezza, o il suo diametro, distruggerebbe questo stesso movimento nel tempo, che il cilindro percorre quattro volte la sua lunghezza. Distruggerà dunque il moto del globo ch' è li $\frac{2}{3}$ del cilindro, nel tempo, ch' esso percorrerebbe li $\frac{2}{3}$ di questo spazio, o otto volte il terzo del suo diametro.

123. 4. Le resistenze che un fluido oppone al medesimo globo mosso con differenti velocità, sono proporzionali agli quadrati di queste velocità, poichè essi sono come le altezze, per le quali queste velocità sono state acquistate.

124. Tal' è la teoria che si dà comunemente della resistenza de' fluidi. Essa è dedotta da quella di Newton, il quale è stato il primo a trattare questa materia nel più gran dettaglio al secondo libro de' suoi principj. Noi non abbiam dato quì, che un ristretto molto succinto, ma sufficiente per l' uso, che ci proponiamo di farne. Aggiungeremo solamente, che dopo quello che si è detto negli articoli 104, 105, non resta alcun dubbio, che per le superficie piane. La teoria che ora abbiamo esposta ci dà una resistenza troppo debole, ed altrettanto più debole, quanto la superficie è più grande, mentre è chiaro, che le particelle incontrando della difficoltà a distogliersi dalla direzione del mobile, deve agumentare coll' estensione del piano urtante, in modo che la colonna del fluido

che per il suo peso esprime la forza di resistenza, deve avere un'altezza più grande di quella ch' è dovuta alla velocità del mobile. L' esperienza conferma pienamente questa agumentazione della resistenza in ragione dell' estensione del piano. Da quelle del Cav. de Borda (Mem. dell' Accad. anno 1763), la resistenza che prova nell' aria una superficie piana di quattro pollici in quadro, avendo una velocità di 25,47 piedi a secondo, equivale al peso di una colonna d'aria della stessa base, e dell' altezza di 16, 1 piedi, in vece di 10, 74 piedi, altezza dovuta alla velocità di 25, 47 piedi. Allorchè il piano ha sei pollici in quadro, e la stessa velocità, l' altezza della colonna d' aria che esprime la resistenza, è di 17, 1 piedi, e per un piano di nove pollici in quadro avendo la medesima velocità, l'altezza di questa colonna è di 19, 1 piedi. Si vede dunque esser fondato il dire, che la resistenza dell' aria contro le superficie piane agumenta secondo un rapporto più grande di quello dell' estensione di queste superficie, poichè le resistenze contro li tre piani quì sopra indicati, non sono semplicemente come li numeri 16 : 36 : 81, che esprimono le superficie, ma come $16 \times 16, 1 : 36 \times 17, 6 : 81 \times 19, 1$. Egli è da credersi ancora, che se colla medesima superficie, questi piani avessero tutt' altra figura diversa dalla quadrata, incontrerebbero delle resistenze diverse, e che queste resistenze sarebbero minori, se i piani fossero circolari. In effetto risulta dalle stesse esperienze, che un cerchio di 4 pollici $\frac{1}{2}$ di diametro, di cui la superficie differisce molto poco da quello del piano di 4 pol. in quadro, non prova con una velocità di 12,9 pi. a secondo, che una resistenza di 0,03613 libbre, mentre che quella del piano quadrato colla medesima velocità è di 0,0383 libbre. Si vede dunque non potersi avere regole generali, per valutare la resistenza di un fluido

contro le superficie piane. La velocità, l'estensione, e la figura, tutto concorre a far variare questa resistenza.

125 Riguardo alle superficie curve, la sferica per esempio, è la sola che c' interessa, e perciò seguiremo la teoria che abbiamo esposta quì sopra cioè, che la sua resistenza nell'aria essendo la metà di quella che prova il gran cerchio della sfera (p. 119.) sarebbe equivalente al peso di una colonna d' aria della stessa base, ed un' altezza più grande della metà dell' altezza dovuta alla sua velocità. Ma quì ci è una compensazione a fare; che accosta la teoria all' esperienza, e ciò almeno per un globo di 4 pollici $\frac{1}{2}$ di diametro, seguendo sempre l' esperienze del Signor Cavalier. de Borda, il quale trova che l' altezza della colonna d' aria, di cui il peso esprime la resistenza di un cerchio di 4 pollici e mezzo di diametro, è all' altezza dovuta alla sua velocità come 3, 95, è a 2, 76, o come 1,43, è ad 1. Ma la resistenza della sfera, è a quella del cerchio come 1 è a 2,44 Dunque l' altezza della colonna d' aria equivalente pel suo peso alla resitenza della sfera, è all' altezza dovuta alla sua velocità, come 1,43, è a 2,44, o come 0,586 è ad 1, ciò che fa poco più della metà dell' altezza, da cui il mobile dovrebbe cadere nel vuoto, per acquistare la sua velocità. Questo rapporto deve aver luogo ancora per una sfera di diverso diametro, animata da un' altra forza. Le osservazioni che noi abbiam fatte quì sopra non ci obbligano di assicurarcene del tutto. Ma la legge delle resistenze in ragione de' quadrati delle velocità essendo quella, da cui i corpi che nell'aria si muovono si allontana di meno, e potendosi ragionevolmente congetturare, che una sfera a misura che il suo diametro diviene più grande, incontra nell'aria una resistenza più piccola, relativamente a quella del suo cerchio massimo, noi crediamo di non allontanarci molto

dalla verità, ammettendo che la resistenza che una sfera prova nell' aria, è uguale al peso di una colonna d' aria, che ha per base il cerchio massimo di questa sfera, e per altezza $\frac{58}{100}$ o $\frac{3}{5}$ dell' altezza dovuta alla sua velocità.

126. In fine per generalizzare la teoria, si potrà supporre, che essendo h l' altezza dovuta alla velocità del globo, nh è l' altezza della colonna del fluido di cui il peso equivale alla forza di resistenza, cioè bisognerà sostituire in luogo di n li valori che l' esperienza indicherà in qualche caso particolare.

Applicazione della teoria precedente.

Noi passeremo a far uso della teoria esposta, per conoscere gli effetti della resistenza, che l' aria oppone ad un corpo sferico che si muove, sia in linea retta, o in linea curva, facendosi astrazione del suo peso. Questo sarà il soggetto di molti problemi, ne' quali ci saranno delle circostanze ad esaminare.

PROBLEMA I.

127. *Conoscendosi la velocità iniziale di un globo; trovare ciò che la resistenza dell' aria li fa perdere di questa velocità, dopo che ha percorso uno spazio dato.*

Sia un globo che si muove nell' aria (fig. 32.) secondo la linea AB retta, o curva che sia, e che la sua velocità nel partire dal punto A sia rappresentata da V, e giunga in P, dopo aver percorso uno spazio $AP=x$, ed in questo punto la velocità che si trova, sia espressa da u.

Supponiamo che la densità del mobile sia a quella dell' aria, come D:1, e che il diametro del glo-

bo sia $=a$; sarà il suo peso uguale a quello di una colonna d'aria dello stesso diametro, e di una altezza uguale $\frac{2}{3}$ D a. Ma la resistenza che l'aria oppone in P al moto del globo è equivalente al peso di una colonna d'aria, di cui il diametro è uguale a quello del globo, e l'altezza è un numero n di volte l'altezza dovuta alla sua velocità u; cioè $\frac{nu^2}{4g}$ (p.124.) ; indicando g l'altezza, che ha nel vuoto un corpo cadendo nel primo secondo; e dividendo per il peso $\frac{2}{3}$ Da del mobile, la forza di resistenza sul globo sarà $=\frac{3nu^2}{8gDa}$; e come questa forza tende a diminuire la velocità del mobile, si avrà $\frac{2udu}{4g}=\frac{-3nu^2dx}{8gDa}$, o $udu=\frac{-3nu^2dx}{4Da}$, e $\frac{du}{u}=\frac{-3ndx}{4Da}$, di cui l'integrale è $lu=\frac{-3nx}{4Da}+C$

Per determinare la costante C, si osserverà che al principio del moto, allorchè $x=0$, si avrà $u=V$, il che dà $lV=C$; dunque $lu=lV-\frac{3nx}{4Da}$. In fine riducendo i logaritmi iperbolici che danno questo calcolo a quelli delle tavole, e prendendo m per il numero, di cui il logaritmo comune è $\frac{3nx}{4Da}\times 0,43429448$; si avrà $lu=lV-lm$, ed $u=\frac{V}{m}$ per la velocità residua, e per conseguenza $V-\frac{V}{m}$ per la velocità distrutta dalla resistenza dell'aria, mentre il mobile avrà percorso lo spazio AP.

PROBLEMA II.

128. *Conoscendosi la velocità che un globo conserva dopo aver percorso uno spazio dato; trovare la velocità che aveva nel principio di questo spazio.*

Questa velocità iniziale si trova per mezzo dell' equazione $u = \frac{V}{m}$, che dà $V = m\,u$.

PROBLEMA III.

129. *Conoscendosi la velocità iniziale di un globo, trovare il tempo che impiega in percorrere uno spazio dato.*

Nominandosi come sopra V la velocità iniziale del globo, u quella che li resta in P, e t il tempo impiegato a percorrere lo spazio $AP = x$; poichè durante l' istante dt percorre lo spazio infinitamente piccolo $Pp = dx$, il moto durante questo istante può considerarsi uniforme, onde per li principj di un tal moto, si ha $dt = \frac{dx}{u}$. Ora l'equazione $\frac{du}{u} = \frac{-3n\,dx}{4Da}$ trovata nel problema precedente dà $dx = \frac{-4Da\,du}{3nu}$; dunque $dt = \frac{-4Da\,du}{3nu^2}$, di cui l' integrale è $t = \frac{4Da}{3nu}$ più una costante C, la quale si determinerà osservandosi, che nel principio del moto essendo $t = 0$, si ha $u = V$, onde $0 = \frac{4Da}{3nV} + C$; dunque $t = \frac{4Da}{3nu} - \frac{4Da}{3nV} = \frac{4Da}{3n}\left(\frac{V-u}{Vu}\right)$; e mettendo in luogo di u il suo valore $\frac{V}{m}$ trovato nel

primo problema, si avrà $t = \frac{4Da}{3n} \times \frac{m-1}{v}$:

130. Siccome la quantità $\frac{4Da}{3n}$ esprime la legge di resistenza, e che costantemente entra nel calcolo del moto de' projetti, noi in seguito la rappresenteremo per la lettera c, affine di semplificare l' espressione, in modo che m sarà un numero, di cui il logaritmo è $\frac{x}{c} \times 0{,}43429448$, onde si avrà $t = \frac{c}{V}(m-1)$.

PROBLEMA IV.

131. *Dato il tempo che un globo impiega a percorrere uno spazio dato, trovare la velocità iniziale.*

Questa velocità si deduce dall' equazione $t = \frac{c}{V}(m-1)$ che si è trovata, la quale dà $V = \frac{c}{t}(m-1)$.

PROBLEMA V.

132. *Data la velocità iniziale di un globo, ed il tempo del suo moto, trovare lo spazio percorso in questo tempo.*

La stessa equazione $t = \frac{c}{V}(m-1)$ dà $m = \frac{Vt}{c} + 1$; ma si è supposto $\frac{x}{c} \times 0.43429448 = lm$; dunque ancora $\frac{x}{c} \times 0{,}43429448 = l\left(\frac{Vt}{c} + 1\right)$, da cui si tira

$x = \frac{cl\left(\frac{Vt}{c}+1\right)}{0,43429448}$. Ciò fa conoscere, che essendosi trovato il valore di m, bisognerà moltiplicare il suo logaritmo per c, e dividere il prodotto per 0,43429448, per ottenersi lo spazio richiesto.

133. Per dare qualche esempio del calcolo di queste formole, noi ne faremo l'applicazione agli projetti di artiglieria, che sono corpi sferici; de' quali i loro diametri sono conosciuti, come il loro peso, ed in conseguenza le densità. Ma spesso si sbaglierebbe sulla densità delle palle, se si volesse dedurre immediatamente dalla loro denominazione, perchè le palle dette da 24, 16, ec. pesano più di quello che viene indicato per mezzo di questi numeri. Risulta da una pesata fatta di una gran quantità di palle di ciascun calibro, che la loro densità media è a quella dell'acqua, come 7,166 è ad 1, ed a quella dell'aria, come 6091,1 è ad 1; supponendosi l'aria 850 volte men densa dell'acqua. Le bombe, e le granate hanno ciascuna la loro densità particolare, relativamente alli loro diametri, ed al loro peso medio, compresovi quello della polvere, di cui esse devono esser caricate. Ciò si troverà nella tavola seguente con li valori di $c = \frac{20Da}{9}$, cioè di $\frac{4Da}{3n}$, supponendosi $n = \frac{3}{5}$.

TAVOLA VI.

De' diametri, e densità delle palle, bombe, granate, e palle di piombo di 18 a libbra.

Nomi de' projetti		Diametri	Densità o valori di D.	Logaritmi di $\frac{20Da}{9}=c$.	Logaritmi di $\frac{1}{c}\times 0,43429448$.
		piedi			
Palle da	36	0,52141	. . . . .	3,8486626	5,7891217
	24	0,45370	. . . . .	3,7882520	5.8495323
	18	0,41222	. . . . .	3,7466146	5,8911697
	16	0,39699	6091,1	3,7302628	5.9075215
	12	0,36053		3.6884246	5,9493597
	8	0,31539	. . . . .	3,6303311	6,0074532
	6	0,28588	. . . . .	3,5876670	6,0501173
	4	0,25000	. . . . .	3,5294232	6,1083611
Bombe e granate	12	0,98611	3627,7	3,8943495	5,7434348
	10	0,83333	4087,6	3,8730724	5,7647119
	8	0,67708	3302,0	3.6895663	5.9482180
	6	0,50000	4452,7	3 6883810	5,9494033
Palle		0,05092	9755,1	3,0429601	6,5948242

Col soccorso di questa tavola, facilmente si calcoleranno le formole trovate per la soluzione de' quattro problemi precedenti, ricordandosi che m è un numero, di cui il logaritmo è $\frac{x}{c}\times 0,43429448$.

Calcolo della formola $u=\frac{V}{m}$.

134. Sia una palla da 24 cacciata con una velocità iniziale di 1200 piedi per secondo; per trovare la velocità residua dopo aver percorso 150 tese, o 900 piedi, si farà il calcolo seguente.

$l\ \frac{1}{c} \times 0{,}43429448$ . . . 5,8495323
$l\ (x=900)$ 2,9542425

$l\ \frac{x}{c} \times 0{,}43429448$ . . . 8,8037748, di cui il numero, o $l.\ m$ . . . . . 0,0636465, che tolto da' l (V=1200). . . . . . 3,0791812, resta

$l\ u$ . . . . 3,0155347 $= l$ 1036,415

Dunque al punto che corrisponde a 900 piedi, o 150 tese, la velocità della palla non è più che circa 1036 piedi.

Calcolo della formola $V=mu$.

135. Se una palla da 24 deve arrivare ancora ad un punto lontano 150 tese, o 900 piedi, con una velocità di 1036 piedi, per produrre l'effetto che si desidera; si troverà la velocità iniziale che deve avere, cioè quella colla quale dovrà sortire dal cannone, col calcolo seguente.

Poichè $x = 900$, si ha come nell' esempio precedente.

$l\ m$ . . . 0,0636465
aggiunto $l\ u$. 3,0153598

l V . . . . 3,0790063 $= l$ 1199,52.

Dunque vi bisogna una velocità di circa 1200 piedi per secondo, per essere cacciata la palla, acciò alla distanza di 150 tese, o 900 piedi giunga con una velocità di 1036 piedi.

Calcolo della formola $t = \frac{c}{V}(m-1)$.

136. La stessa palla essendo cacciata colla stessa velocità iniziale, si troverà il tempo che impiega a percorrere uno spazio di 900 piedi, col seguente calcolo.

Si avrà come nell' esempio precedente.

$l\,m$	0, 0636465, di cui il n.° è
m	1, 157835
Dunque $m-1$.	0, 157835
$l\,(m-1)$ . . .	9, 1982034
$l\,c$	3, 7882520
comp. $l\,V$ . .	6, 9208188
$l\,t$	9, 9072742 = l 0,"808

Dunque questa palla impiega circa $\frac{8}{10}$ di secondo in percorrere 150 tese.

Calcolo della formola $V = \frac{c}{t}(m-1)$.

137. Per conoscere la velocità di una palla da 18 sapendosi ch' essa percorre 215 tese, o 1290 piedi in $1\frac{1}{4}$ di secondo, bisognerà fare la seguente operazione.

$l\ \frac{t}{c} \times$ 0,43429448 . . . 5,9075215
$l\ (x = 1290)$ 3,1105897

$l\ \frac{x}{c} \times$ 0,43429448 . . . 9,0181112, di cui il
num., o $l\ m$ 0,1042584
Dunque m 1,27133
$m-1$ 0,27133

$l\ (m-1)$ 9,4334978
$l\ c$ 3,7302628
comp. $l\ (t = 1,25)$ 9 9030900

l V . . . . 3,0668506 = l 1166,4.

Dunque una palla da 16 deve esser cacciata con una velocità iniziale di 1166 piedi a secondo, acciò in un secondo ed $\frac{1}{4}$ percorra 215 tese.

Calcolo della formola $m = \frac{Vt}{c} + 1$.

138. Per conoscere lo spazio che una palla da 16 percorre in $\frac{3}{4}$ di secondo, essendo cacciata con una velocità iniziale di 1200 piedi a secondo, si opererà come siegue.

$l\,(V=1200)$ 3,0791812
$l\,(t=0,75)$ 9,8750613
comp. $l\,c$ 6,2697372

$l\,\frac{Vt}{c}$ .... 9,2239797, di cui il num.

$\frac{Vt}{c}$ 0,167487

Dunque $m=\frac{Vt}{c}+1$ 1,167487

$l\,m=\frac{x}{c}\times 0,43429$ ec.. 0,0672521

$l\,\frac{x}{c}\times 0,43429$, ec..... 8,8277058
$l\,c$ 3,7302628
comp. l 0,43429, ec...... 0,3622157

$l\,x$ .... 2,9201843 = l 832 piedi.

Dunque una palla da 16 cacciata con una velocità iniziale di 1200 piedi percorrerà 832 piedi o 139 tese in $\frac{3}{4}$ di secondo.

139. Quantunque queste formole non danno la natura della curva descritta dal projetto, nondimeno esse possono utilmente servire per determinare tutte le circostanze del tiro di cannone, allorchè si dirige la linea di mira sull'oggetto stesso che si vuol colpire, o su di un punto qualunque, per il quale si è proposto di far passare la palla. In effetto impiegandosi in questa maniera il cannone, ne risulta una aggiustatezza da far preferire questo metodo a qualunque altro, tanto più che non vi è altro bisogno, che di prendere in considerazione l'angolo che

forma la linea di mira, coll'asse del pezzo, o quello che questo asse fa colla retta tirata dal cannone al punto (79); angolo ordinariamente picciolissimo, in modo che il cammino percorso dalla palla dopo il cannone, sino al punto ove la curva incontra la linea di mira, differisce pochissimo dalla retta tirata dalla bocca del cannone al punto, e che determinandosi una di queste due linee, si ha una conoscenza sufficientemente esatta dell' altra. Vediamo dunque coll' ajuto di queste formole come si possono determinare le portate di punto in bianco, con farne l' applicazione a differenti casi, che nella pratica possono presentarsi.

Del tiro di cannone di punto in bianco.

140. Sia x la porzione della curva descritta dalla palla dalla bocca del cannone, sino all' intersezione di questa curva colla linea di mira; V la velocità iniziale del projetto, ed m un numero, di cui il logaritmo iperbolico $\frac{x}{c}$, o il logaritmo delle tavole è $= \frac{x}{c} \times 0{,}43429448$; il tempo impiegato a percorrere lo spazio x sarà $t = \frac{c}{V}(m-1)$ (p. 130).

Non si tratta quì, che di avere un' altra espressione del medesimo tempo. Supponiamo che il cannone abbia una direzione tale, che la linea di mira GHCF (fig. 24.) sia orizzontale, essendo F l' intersezione di questa linea colla curva descritta dalla palla, ed ABCE l' asse del pezzo; la verticale EF dinoterà l' altezza, da cui caderebbe la palla in virtù del suo peso, nel medesimo tempo ch' è stata trasportata da A in F. E come tirandosi l' orizzontale BD per il centro della bocca del cannone, ED non differirà che pochissimo da EF; il tempo della caduta per ED potrà senza errore

prendersi pel tempo della caduta per EF. Ora nel triangolo EBD si ha ED=BD× tang. EBD (p. 5), e nominandosi I l'angolo HCB di mira=EBD, ed x la distanza BD, sarà ED=x tang. I; dunque il tempo della caduta per ED sarà espresso da $\sqrt{\frac{x \text{ tang. I}}{15,1}}$. Questo tempo essendo uguale a quello, che ha impiegato la palla nel portarsi da B in F; si avrà l'equazione $\sqrt{\frac{x \text{ tang. I}}{15,1}} = \frac{c}{V}.(m-1)$, che dà $\frac{V^2 \text{ tang I}}{15,1\, c^2} = \frac{(m-1)^2}{x}$; ma m è una quantità che ha $\frac{x}{c}$ per logaritmo iperbolico; prendendosi dunque e per il numero, di cui il logaritmo iperbolico è l'unità, si avrà $m=e^{\frac{x}{c}}$; e come per le proprietà di quest'ultimo numero si ha $e^{\frac{x}{c}}$, o $m=1+\frac{x}{c}+\frac{x^2}{2c^2}+\frac{x^3}{6c^3}+$ ec.; si avrà ancora $m-1=\frac{x}{c}+\frac{x^2}{2c^2}+\frac{x^3}{6c^3}+$ ec.; dunque $\frac{(m-1)^2}{x} = \frac{x}{c^2}+\frac{x^2}{c^3}$, potendosi trascurare i termini seguenti, perchè le potenze di c sono in ciascun termine più grandi di quelle di x, e che nel caso presente, ove si tratta di palle di ferro, le potenze di c crescono secondo un più grande rapporto, che quelle di x. Si ha dunque $\frac{(m-1)^2}{x}$, o $\frac{V^2 \text{ tang. I}}{15,1\times c^2} = \frac{x}{c^2}+\frac{x^2}{c^3}$; dunque $x^2+c\,x=\frac{cV^2 \text{ tang. I}}{15,1}$; equazione che racchiude tutto ciò ch'è necessario da considerarsi nella pratica de' tiri di punto in bianco.

141. Quantunque questa equazione sia tirata dall'

altra $\sqrt{\frac{x \text{ tang. I}}{15,1}} = \frac{c}{V}(m-1)$, nel di cui primo membro x rappresenta la distanza orizzontale BD, mentre che nel secondo la stessa lettera è presa per la curva BfF descritta dalla palla; non è da credere, che da questa stessa denominazione di due quantità differenti possa risultare alcun sensibile errore, perchè, come si è già osservato, la differenza tra queste quantità è sì piccola, che si possono ben riguardare come uguali, e soprattutto nella pratica, la quale è sempre soggetta ad incontrare delle differenze molto più considerevoli.

142. Noi abbiamo supposto, che la linea di mira è parallela all' orizzonte. Se essa è inclinata come nella fig.23, la verticale EF per cui caderebbe la palla nel medesimo tempo che sarebbe trasportata da B in F, sarebbe uguale ad ED—FD=BD tang. EBD—BD tang. FBD (p.5.), ed essendo BD=BF cos.FBD=x cos.FBD, si avrebbe EF= x cos.FBD (tang.EBD—tang.FBD); il tempo della caduta per EF sarebbe dunque $= \sqrt{\frac{x}{15,1}}$ cos.FBD (tang EBD — tang.FBD); per cui si rileva che questo caso non differisce dal precedente, che in luogo della tang I, si ha cos. FBD (tang. EBD—tang.FBD); ma noi osserveremo, che quest' ultima quantità non differisce che pochissimo dalla tang. I, essendo l' angolo I l' eccesso di EBD su FBD; ciò che questa espressione indica per se stessa, è facile di verificare col calcolo. Si potrà dunque in tutti i casi della pratica far uso dell'equazione $x^2 + cx = \frac{cV^2 \text{ tang. I}}{15,1}$, alla quale noi abbiamo tutta la fiducia, essendo stata provata coll' esperienza, ch' essa è sufficientemente esatta: da un altra parte poi essa dispensa di conoscere l' inclinazione del pezzo riguardo all' orizzonte, il che presenta un vantaggio singolare in una infinità di circostanze.

143. Ciò che vi è di essenziale a considerare nel

tiro di punto in bianco è : 1. La velocità iniziale del projetto. 2. L'angolo di mira, o l'angolo che la linea di mira fa coll' asse del pezzo. 3. La distanza dall' oggetto che si vuol colpire tirando di punto in bianco, e si può aggiungere in 4. luogo l' haossa che bisogna impiegare, per procurarsi l' angolo di mira dato, o trovato. Due delle tre prime quantità essendo cognite, si troverà là terza per mezzo dell'equazione $x^2 + cx = \frac{cV^2 \text{ tang.I}}{15,1}$, dalla quale si tira

144. 1.° Il valore di $V = \sqrt{\frac{15,1}{\text{tang.I}}\left(\frac{x^2}{c} + x\right)}$.

145. 2.° Il valore di $\text{tang.I} = \frac{15.1}{V^2}\left(\frac{x^2}{c} + x\right)$.

146. 3.° Il valore di $x = c\left[\sqrt{\left(\frac{V^2 \text{ tang.I}}{15,1\, c} + \frac{1}{4}\right)} - \frac{1}{2}\right]$

147. Riguardo poi all' haossa, si troverà per la tavola V., o per la formola $\text{tang.I} \times l - (m-n)$, nella quale le lettere l,m,n rappresentano le stesse quantità dell' art. (71), e di cui li valori son compresi nella tavola I. Se questa formola dell' haossa dà un risultato negativo, il che arriverà tutte le volte, che l' angolo di mira sotto di cui si deve tirare è minore dell' angolo di mira naturale del cannone, come si trova per ciascun calibro nella tavola I.; bisognerà abbassare la linea di mira dalla parte della culatta, e darle l' haossa al di sopra della gioja; ma come l' uno è impossibile, e l'altro è impraticabile, in questo caso bisognerà dirigere la linea di mira naturale del pezzo al di sotto dell' oggetto ove la palla deve colpire, per una quantità quarta proporzionale alla lunghezza l, alla haossa trovata, ed alla distanza dell' oggetto; cioè di una quantità $= \frac{hd}{l}$, nominandosi h l'haossa trovata, e d la distanza dal punto. Gli esempj

2

seguenti potranno servir molto, per facilitar l' uso delle formole trovate.

148. *Calcolo della formola* . . .

$$V = \sqrt{\frac{15,1}{\text{tang. I}}\left(\frac{x^2}{c} + x\right)}$$

ESEMPIO I.

Supponendosi un punto lontano 360 tese, o 2160 piedi, che si vuol colpire tirando di punto in bianco, con un pezzo da 24, e sotto l' angolo di mira naturale di questo pezzo, ch' è di 1° 15', 6''; si troverà la velocità iniziale colla quale questa palla deve esser cacciata, per il calcólo seguente.

$l\, x^2$ 6,6689076
comp. $l\, c$ 6,2117480

$l\, \frac{x^2}{c}$ .... 2,8806550, di cui il n.° è $\frac{x^2}{c}$ = ... 759,72
Aggiungendo x = 2160

$\frac{x^2}{c} + x =$ 2919,72

$l\left(\frac{x^2}{c} + x\right)$ 3,4653412
l 15,1 1,1789769
comp. l tang. I 1,6605648

6,3048829
l V .... 3,1524414 = l 1420,5.

Dunque la palla da 24 deve avere una velocità iniziale di 1420 piedi a secondo, perchè la portata di punto in bianco del pezzo di questo calibro sia di 360 tese.

ESEMPIO II.

Dovendosi tirare coll' istesso pezzo alla medesima distanza del punto in bianco, sotto un' angolo di mira di due gradi; si avrà la velocità iniziale della palla, e l' haossa della maniera seguente: si ha come sopra.

$l\left(\frac{x^2}{c}+x\right)$ 3,4653412
l 15,1 1,1789769
comp. l tang. I 1,4569162

6,1012343
l V .... 3,0506171 = l 1124

Calcolo dell' haossa.

l tang. 2°, ... 8,5430838
l (l=117,63)...... 2,0705181

0,6136019

Di cui il numero è = 4,1077
togliendo $m-n$ = . 2,57

residuo per l'haossa 1,5377=1.pol.,6 lin, 6 pu.

Dunque vi bisogna una velocità iniziale di 1124 piedi, ed un'haossa di 1.pol., 6 lin., 6. punti.

149. *Calcolo della formola*

$$\text{tang.I} = \frac{15,1}{V^2}\left(\frac{x^2}{c}+x\right).$$

ESEMPIO I.

Si domanda sotto qual' angolo di mira bisogna tirare con un pezzo da 16 situato a 322 tese, o 1932 piedi da un punto che si vuol colpire tirando di punto in bianco, avendo la palla una velocità iniziale di 1412 piedi a secondo.

$l\,xx$ 6,5720142
comp. $l\,c$ 5,2697372

$l\,\frac{x^2}{c}$ .... 2,8417514, di cui il n.° è

$\frac{x^2}{c} =$ 694,63

aggiungendo $x =$ 1932

$\frac{x^2}{c} + x =$ 2626,63

$l\left(\frac{x^2}{c}+x\right)$.......... 3,4193988

l 15, 1 1,1789769
comp. $l\,V^2$ 3,7003306

l tang. I .... 8,2987063 = l tan. 1° 8'20"

Or quest' angolo è precisamente l'angolo di mira naturale del pezzo da 16; dunque 322 tese è la portata del punto in bianco naturale di questo pezzo, allorchè la velocità iniziale della palla è di 1412 piedi.

ESEMPIO II.

Si domanda sotto qual' angolo di mira bisogna tirare con un pezzo da 16, per colpire di punto in bianco un' oggetto lontano 200 tese, o 1200 piedi, con una velocità iniziale di 530 piedi a secondo.

$l\,x^2$ 6,1583625
comp. $l\,c$ 6,2697372

$l\,\frac{x^2}{c}$ .... 2,4280997, di cui il n.° è

$\frac{x^2}{c}=$ 267,98

aggiungendo $x=$ 1200

$\frac{x^2}{c}+x=$ 1467,98

$l\left(\frac{x^2}{c}+x\right)$ 3,1667202

$l\,15,1$ 1,1789769
comp. $l\,V^2$ 4,5514482

l tang. I .... 8,8971453=l t. 4° 30',43"
$l\,(l=113,18)$ 2,0537697

l (tang. I × l) ...... 0,9509150, di cui il n.° è 8,9313, pol.
togliendo $m-n=$ . . 2,25

Resta l' haossa = . . 6,6813=6 po., 8 lin., 2 pu.

Dunque l'angolo di mira deve essere di $4° 30', 43'$, e l'haossa di 6 pol., 8 lin., e 2 punti.

ESEMPIO III.

Se la distanza dal punto è 250 tese, o 1500 piedi, e la velocità iniziale della palla di 1325 piedi a secondo, si avrà l'angolo di mira per un pezzo da 16 per il seguente calcolo.

$l\,x^2$ 6,3521825
comp. $l\,c$ 6,2697372

$l\,\frac{x^2}{c}$ .... 2,6219197, di cui il n.° è

$\frac{x^2}{c} =$ 418,71

aggiungendo $x =$ .. 1500

$\frac{x^2}{c} + x =$ 1918,71

$l\left(\frac{x^2}{c} + x\right)$.... 3,2830094

l 15,1 1,1789769
comp. $l\,V^2$ 3,7555682

l tang. I .... 8,2175545 $= l$ t.° 56',44''
l ($l = 113,18$) 2,0537697

l (tang. I $\times\,l$) .... 0,2713242, di cui il n.° è 1,868 pol.

togliendo $m - n =$ 2,25
resta l'haossa negativa — 0,382 = — 0 pol. 4 lin, 7 pti

Vale a dire, che per tirare in questo caso di punto in bianco, bisognerebbe mettere sulla gioja del cannone una haossa di 4 lin., e 7 punti, o pure impiegare la linea di mira naturale del pezzo, e dirigerla al di sotto del punto per una quantità $= \frac{hd}{l}$ (p. 147.), che si trova essere circa 5. piedi.

150. *Calcolo della formola*

$$x = c\left[\sqrt{\left(\frac{V^2 \text{ tang. I}}{15,1\, c} + \frac{1}{4}\right)} - \frac{1}{2}\right],$$

ESEMPIO I.

Per conoscere la portata del punto in bianco naturale di un pezzo da 24, allorchè la velocità iniziale della palla è di 1420 piedi a secondo, si farà il calcolo seguente.

$l\ V^2$ 6,3045766
l tang. I 8,3394352
comp. l 15, 1 8,8210231
comp. $l\ c$ 6,2117480

$l\ \frac{V^2 \text{ tang. I}}{15,1\, c}$ .... 9,6767829, di cui il n.° è 0,475097

aggiungendo $\frac{1}{4} =$ .. 0,25

0,725097, di cui il logar. è ... 9,8603961, prendendo la metà si ha ....

$l\sqrt{\left(\frac{V^2 \text{ tang. I}}{15,1\ c}+\frac{1}{4}\right)}$ .. 9,9301980, di cui il n.°

è 0,85152

e togliendo $\frac{1}{2}$ = ... 0,5

Resta .... 0,35152 , di cui il log.

è 9,5459500

$l\ c$ 3,7882520

$l\ x$ .... 3,3342020 = l 2158,8 pie.

Dunque la portata di punto in bianco è in questo caso di 2158, 8 piedi, o circa 360 tese.

ESEMPIO II.

Per trovare la distanza alla quale si deve situare un pezzo da 16, per tirare di punto in bianco, con un haossa di 8 linee, essendo la velocità iniziale della palla di 1412 piedi a secondo; si cercherà immediatamente l'angolo di mira, che risulta dalla haossa di 8 linee; or poichè (p. 82.) h = tangente I × l — $(m-n)$, si avrà tang. I = $\frac{h+m-n}{l}$ = (in questo caso) $\frac{2,9166}{113,18}$. Si farà dunque il calcolo seguente.

l 2,9166 0,4648868

comp. l 113,18 7,9462303

---

l tang. I 8,4111171

$l\ V^2$ 6,2996694

comp. l 15,1 8,8210231

comp. $l\,c$ 6,2697372

$l\,\frac{V^2 \text{ tang. I}}{15,1\,c}$ . . . . . 9,8015468, di cui il n.° è 0,63321

aggiungendo $\frac{1}{4}$ =... 0,25

0,88321, di cui il log. è . . . . 9,9460640, e la metà dà

$l\,\sqrt{\left(\frac{V^2 \text{ tang. I}}{15,1\,c} + \frac{1}{4}\right)}$ . . 9,9730320, di cui il n.° è 0,9398

e togliendo $\frac{1}{2}$ = . . 0,5

Resta . . . . . . 0,4398, di cui il log. è 9,6432552

$l\,c$ 3,7302628

$l\,x$ . . . . 3,3735180 = l 2363.

Dunque alla distanza di 2363 piedi, o circa 394 tese bisogna così tirare col pezzo da 16.

151. Le formole che abbiamo impiegate per dettagliare i calcoli, sebbene sono il fondamento della pratica del tiro del cannone, non abbiam creduto di moltiplicarne gli esempj, potendosene rendere familiari coll' uso di esse.

In tutti li casi che si son presentati, se noi non abbiam parlato della situazione del punto relativamente al livello della batteria, ciò è stato, perchè questa circostanza è del tutto inutile a considerarsi nel tiro di punto in bianco. Importa poco che l' oggetto che si propone di colpire, o il punto per cui si vuol far passare una palla, sia al di

sopra, o al di sotto di questo livello; che il pezzo sia inclinato, o nò all' orizzonte, ciò niente cambia sull' effetto del tiro di punto in bianco. L' unico oggetto di questa maniera di tirare, è di dirigere la linea di mira naturale, o artificiale del pezzo al punto che si vuol colpire, per cui è sufficiente di conoscere la distanza, senza imbarazzarsi della situazione riguardo all' orizzonte.

152. Per non restare con qualche dubbio su quest' oggetto, riprendiamo l' esempio II. del calcolo della formola tang. $I = \frac{15,1}{V^2}\left(\frac{x^2}{c} + x\right)$, ed aggiungiamo $-y$ per la condizione, che il punto F (fig.23.) sia elevato di 30 piedi sopra l' orizzontale BD: il valore che si è trovato in questo esempio per tang. I, sara quello di cos. FBD (tang. EBD—tang. FBD) (p. 142); vale il dire che si deve avere 8,8971453 $= l$ cos. FBD $+ l$ (tang. EBD —tang. FBD); ma poichè BF=1200, ed FD=30, l cos. FBD sarà =9.9998643, il quale essendo tolto da 8,8971453, resterà 8,8972810 $= l$ (tang. EBD — tang FBD), e prendendo li numeri, si avrà 0,0789371 = tang. EBD— tang. FBD, da cui si tira a cagione di tang. FBD=0,0250070, tang. EBD = 0,1039441; che corrisponde a 5°, 56', 3" per il valore dell' angolo EBD; toltone 1°, 25', 57" valore dell' angolo FBD; sarà l' angolo di mira di 4°, 30', 6", di cui il logaritmo della tangente è 8,8961457, ciò che dà una haossa di 6,6608 pollici, che non differisce da quella che si è trovata nell' esempio, che di 0,0205 pollici, o di circa tre punti; differenza poco sensibile, che non può portare, che un' errore molto più piccolo di quelli più comuni della pratica.

153. Se nel primo esempio della formola $V = \sqrt{\frac{15,1}{\text{tang.} I}\left(\frac{x^2}{c} + x\right)}$ si suppone il punto elevato di 50 piedi al di sopra del livello della batteria, si

troverà *l* (cos. FBD (tang. EBD— tang. FBD)) = 8,3397702, e questo valore posto in luogo di *l* tang I., ne risulterà una velocità iniziale di 1419, 95 piedi. minore solamente di 0,55 di quella che si è avuta considerandosi l' angolo di mira del pezzo, senza aver riguardo alla sua inclinazione sull' orizzonte.

154. In fine se nel primo esempio della terza formola, si suppone l' asse del cannone inclinato di 5 gradi sull' orizzonte, si troverà 8,3419150 per il logaritmo di cos FBD (tang. EBD—tang. FBD), che bisogna mettere in luogo di tang. I nel calcolo di questa formola, ed in luogo di una portata di punto in bianco di 2158 8 piedi, se ne avrà un' altra di 2168,6, che non è più grande che di 9, 8, o di circa la 220ma parte.

155. Prezzate dunque queste differenze nel loro giusto valore per riguardo alla pratica del servizio, bisogna rimaner ben convinti, che esse non sono di alcuna conseguenza per l' aggiustatezza de' tiri, e che queste non ci debbono far sacrificare il vantaggio di un calcolo semplicissimo, per l' inutile precisione di una 200ma parte nella velocità iniziale del projetto; di una 300ma parte nella haossa, e di una 200ma nelle portate; essendo questo un grado di precisione, di cui la pratica non è affatto suscettibile.

156. In tutto ciò ch' è preceduto, si è supposto, che l' angolo di mira BCH (fig.18.) formato dalla linea di mira GHC, e l' asse del pezzo, è uguale all' angolo CBF, che lo stesso asse fa colla retta BF tirata dalla bocca del cannone al punto. Questa supposizione, che può essere ammessa allorchè il punto è ad una gran distanza, indurrebbe in errore, se fosse più vicino, ma l' errore non caderebbe, che sulla determinazione della haossa negativa, dal che ne risulterebbe per questa haossa un valore, il quale agumenterebbe a misura, che il punto sarebbe meno lontano dal cannone, ciò

che non può essere, mentre è chiaro che per colpire un punto situato a ciascuna delle intersezioni della linea di mira colla trajettoria del projetto, l'haossa deve esser nulla, e che bisogna dirigere la linea di mira sul punto, in modo che da una intersezione all' altra, l' haossa negativa deve agumentare sino ad un certo punto, diminuire in seguito, e divenir zero. Vi è dunque fra questi due punti d' intersezione una posizione del punto ove l' haossa negativa è un *massimo*, ed un' altra posizione, ove la quantità, di cui bisogna puntare più basso del punto, è anche un *massimo*.

157. La posizione, o la distanza del punto, che dà quest' ultimo massimo può determinarsi, senza che sia necessario di aver riguardo all' angolo al punto BFC, e per mezzo dell' equazione tang. I $= \frac{15.1}{V^2}\left(\frac{x^2}{c}+x\right)$. Si è veduto (p.82.), che l'espressione dell' haossa è tang. I $\times\, l - (m-n)$, e quella della quantità per cui si deve puntare più basso del punto, $\left(\text{tang. I} \times l - (m-n)\right)\frac{x}{l} = \frac{15.1}{V^2} \cdot \left(\frac{x^3}{c}+x^2\right) - \frac{(m-n)}{l}\,x$. Se si prende il differenziale di questa espressione, si avrà uguagliando a zero, $x = \frac{c}{3}\left(\sqrt{\left(\frac{3\,V^2}{15,1.c} \times \frac{m-n}{l}+1\right)} - 1\right)$, che dà un valore sufficientemente esatto della distanza, alla quale bisogna puntare il più basso al di sotto del punto per colpirlo.

Così per sapere a qual distanza deve essere il punto il più basso possibile; con un pezzo da 24, allorchè la velocità iniziale della palla è di 800 piedi a secondo, si farà il calcolo chè quì siegue.

158. *Calcolo della formola*

$$x = \frac{c}{3}\left[V\left(\frac{3V^2}{15,1c} \times \frac{m-n}{l} + 1\right) - 1\right]$$

l V²	5,8061800
l 3	0,4771213
comp. l 15,1	8,8210231
comp. l c	6,2117480
l $m-n$	0,4099331
comp. log. l	7,9294819
	9.6554874, di cui il n.°
è	0,45236
aggiungendo	1
	1,45236, di cui il log.
è	0,1620742
e la metà . . .	0,0810371, di cui il n.°
è	1,20514
e togliendo	1
resta	0,20514, di cui il log.
è . . .	9,3120504
$l\,\frac{c}{3}$	3,3111307
	2,6231811 = l 420pi. = 70t.

Dunque allorchè il punto è lontano 70 tese, nel caso dell' esempio, bisogna puntare più basso, che a tutt' altra distanza. Non resta dunque altra quistione, che di sapere di quanto a questa distanza bisogna puntare più basso del punto.

159. Siccome questa quantità dipende dall' haossa corrispondente alla stessa distanza, l' errore potrebbe divenir sensibile, se si trascurasse di considerar l' angolo al punto BFC, che noi abbiam finora confuso coll' angolo di mira sotto la stessa denominazione I. Sia dunque l' angolo al punto $=i$; in luogo dell'equazione tang. $I = \frac{15,1}{V^2}\left(\frac{x^2}{c} + x\right)$, noi avremo tang. $(I-i) = \frac{15,1}{V^2}\left(\frac{x^2}{c} + x\right)$; cosicchè conoscendosi l' angolo i per la distanza conosciuta x, se si aggiungerà all' angolo $(I-i)$ trovato per l' ultima equazione, darà l' angolo di mira I; allora tang. $I \times l - (m-n)$ sarà l' haossa, e (tang. $I \times l - (m-n)$) $\frac{x}{l}$ la quantità per cui dovrà puntarsi più basso del punto. Applichiamo ciò che si è detto all' ultimo esempio, supponendosi $x = 420$ piedi, ed $V = 800$ piedi.

$l\,x^2$	5,2464986
comp. $l\,c$	6,2117480
$l\,\frac{x^2}{c}$	1,4582466, di cui il n.°
è	28,72
aggiungendo $x =$ . .	420
$\frac{x^2}{c} + x$	448,72, di cui il log.
è	2,6519754
l 15,1	1,1789769
comp. $l\,V^2$	4,1938200

i (tang. I $-i$) . . . 8,0247723 $= l$ tang. 36′ 24″
alla distanza di 70 tese, si l'angolo i . 4′ 24″

Dunque l'angolo di mira I è di . . . . 40′ 48″
log. tang. I 8,0744067
log. l 2,0705181

log. tang. I $\times$ l . . 0,1449248
tang. I $\times$ = . 1,3961
togliendo $m-n$ = . 2,57

resta l'haossa negativa — 1,1739 , di cui il log.
è 0,0696311
l x 2,6232493
comp. log. l 7,9294819

0,6223673 $= l$4,1914 piedi.

Nel caso di questo esempio, bisogna dunque puntare, o dirigere la linea di mira naturale del pezzo a 4, 1914, ò 4 pie., 2 pol., e 3 lin. al di sotto del punto.

Se non si avesse avuto riguardo all' angolo al punto i, si sarebbe trovata l' haossa negativa — 1, 3246 pol., in vece di —1,1739, e 4 pol., 8 pol. 9 lin. per la quantità per cui bisogna puntare più basso del punto, in vece di 4 pie., 2 pol., 3 lin. La differenza di 6 pol., e 6 lin. di questi due risultati è senza dubbio di poca conseguenza nella pratica, ma l' esattezza della teoria non permette d' ignorarne il valore.

Si vede dunque, che quando la velocità iniziale della palla da 24 è di 800 piedi per secondo, non si è giammai nel caso di puntare il pezzo al di sotto dal punto più di 4 piedi, 2 pol., 3 lin., e che

bisogna perciò, che il punto sia lontano dal cannone di 70 tese.

160. Riguardo al massimo della haossa negativa, ecco come si potrà trovare. L'espressione dell' haossa è tangente $\mathrm{I} \times l - (m-n)$, di cui bisogna prendere il differenziale, ed uguagliarlo a zero, per dedurne la distanza del punto che dà il massimo, o semplicemente prendere il differenziale della tangente I, perchè le quantità l, m, n sono costanti in ciascun calibro. Considerandosi ora l'angolo al punto i, si ha tangente $(\mathrm{I}-i) = \frac{15,1}{V^2}\left(\frac{x^2}{c}+x\right)$, da cui si tira il valore di tang. I. A tale effetto si osserverà, che tangente$(\mathrm{I}-i) = \frac{\text{tang. I} - \text{tang. } i}{1 + \text{tang. I tang. } i}$ (p. 13.), e che tang.$i = \frac{n}{x}$ (p.5); si avrà dunque mettendo $15,1 = g$, $\frac{\text{tang. I} - \frac{n}{x}}{1 + \frac{n}{x}\text{ tang. I}} = \frac{gx^2 + gcx}{cV^2}$, il che dà tang. $\mathrm{I} = \frac{gx^3 + gcx^2 + ncV^2}{cV^2x - ngx^2 - ngcx}$.

Il differenziale di questo valore di tang. I, prendendosi x per variabile, ed essendo uguagliato a zero, dà l'equazione $x^4 + 2cx^3 + c^2x^2 - \frac{2ncV^2x}{g} + \frac{c^2V^4}{g^2} = 0 - \frac{2cV^2x^3}{gn} - \frac{c^2V^2x^2}{gn} - \frac{nc^2V^2}{g^2}$, di cui una delle radici dà la distanza x, che corrisponde alla più grande haossa negativa. Ma siccome la ricerca di questa radice darebbe luogo a de'calcoli molto lunghi, si rimarcherà che nel caso de' projetti lanciati dal cannone, li termini $\frac{2cV^2x^3}{gn}$, $\frac{c^2V^2x^2}{gn}$, e $\frac{c^2V^4}{g^2}$ sono ordinariamente grandissimi per rap-

porto agli altri termini di questa equazione, e che si avrà sempre un' approssimazione sufficiente, supponendosi $\frac{2cV^2 x^3}{gn} + \frac{c^2 V^2 x^2}{gn} - \frac{c^2 V^4}{g^2} = 0$, e moltiplicando per gn, e dividendo per $2cV^2$, si ha $x^3 + \frac{1}{2} c x^2 - \frac{ncV^2}{2g} = 0$. Or questa equazione non esige, che un calcolo semplicissimo per avere il valore di x, mentre in ogni equazione di questa forma $x^3 + px^2 - q = 0$, è facile di rilevare, che x deve esser maggiore di $\frac{\sqrt{q}}{\sqrt{(\sqrt[3]{q}+p)}}$, e minore di $\sqrt{\frac{q}{p}}$. Supponiamo dunque come quì sopra $V = 800$, e perchè si tratta di un pezzo da 24, $n = 0{,}5375$ piedi; si troverà che x deve essere > 142 piedi, e < 151 piedi, d' ove può conchiudersi, il che basta al nostro oggetto, che la distanza del punto alla quale l' haossa negativa è la più grande, si trova tra 24, e 25 tese. E ristringendo questi limiti, si troverà che questa distanza è di 24 tese, 3 piedi, 5 pol.

Volendosi intanto sapere qual' è l' haossa che conviene a questa distanza, si troverà seguendosi la stessa procedura dell' art. (147), ch'essa è $= -1{,}72$ pollici, cioè che se si voglia elevare la linea di mira dalla parte della bocca del cannone, ed essere nel caso d'impiegare per questo la più grande haossa; bisognerebbe che il punto fosse lontano di 24 a 25 tese, e questa haossa di circa 1 pollice, e nove linee.

Del tiro d' infilata, o a rimbalzo.

161. Le nostre formole del tiro di punto in bianco, possono ancora applicarsi al tiro a rimbalzo, prendendosi per punto la sommità, o il sopracciglio del parapetto, che la palla deve rompere.

Questa maniera d' impiegare il cannone immaginata dal celebre Vauban, fu chiamata tiro a rimbalzo, ricavandosi il maggior effetto dalli successivi rimbalzi, che fa la palla. Per prodursi dunque un tale effetto, si vede bene, che la palla è obbligata a percorrere rapidamente una curva, poco elevata al disopra del terrapieno del ramparo dell' opera di fortificazione, che si cerca d' infilarne il ramo. In effetto sia RH (fig.33. il terrapieno del ramparo di una faccia di bastione, C la sommità del parapetto, MCH la curva descritta dalla palla. Se la sommità C del parapetto è in un punto del ramo discendente di questa curva, è chiaro che la palla percorrendo la porzione CH, potrà incontrare tutti gli oggetti, de' quali l' altezza è minore dell' elevazione RC del parapetto al di sopra del terrapieno RH, sul quale son situati; che li romperà con tanto più di forza, secondochè il cammino CH sarà meno curvo, più allungato, ed il punto di caduta H più lontano dal parapetto, e per conseguenza inutile che la palla faccia de'risalti per produrre un grande effetto, e perciò questa maniera di tirare essendo ben regolata, dovrebbe chiamarsi *tiro d' infilata*, più tosto che tiro a *rimbalzo*. Ma o si adatti questa nuova denominazione, o si conservi l' antica, sempre è certo, che la palla rompendo il parapetto al punto C, deve trovarsi nel ramo discendente della curva, affinchè abbassandosi continuamente da C verso H, non possa scappar niente di ciò ch' esiste sul ramparo. Questa è l' idea, che mi sembra doversi formare di ciò che si dice tiro a rimbalzo. In seguito di ciò non vi resta altro a sapersi, che la velocità iniziale da darsi alla palla, acciò partendo da una batteria, di cui là distanza è conosciuta, possa incontrare il parapetto in questo punto con conveniente forza, trovandosi però sempre nel ramo discendente della sua curva.

162. La teoria finora esposta non dà niente anco-

ra su questo riguardo, le nostre formole non distinguono nè la montata, nè la discesa della palla nella curva ch' essa ha descritta, ma sebbene vi sia il metodo diretto per esaminare queste due circostanze, nondimeno noi ricorreremo all' esperienza. La perfezione della pratica essendo quella, che abbiamo principalmente in mira in quest' opera, ci dà la libertà di riempiere quest' oggetto, qualunque sia il mezzo per cui ci perverremo. Ecco dunque ciò che si è avuto occasione di osservare. Di un cannone situato a 150 tese da un' opera di fortificazione, la palla mette 2 secondi a percorrere questo spazio, trovandosi nel ramo discendente della sua curva nel rompere il parapetto. A 200 tese un' altra palla si trova nel medesimo caso percorrendola in $2\frac{1}{3}$ secondi. A 250 tese in $2\frac{2}{3}$ secondi, ed a 300 tese in 3 secondi circa.

163. Queste osservazioni quantunque non fossero della maggiore esattezza, pure sono sufficientissime per condurci alle nostre ricerche. Rimarchiamo solamente, che le condizioni del tiro a rimbalzo esigono, che la palla parta dal cannone seguendo una direzione poco inclinata all' orizzonte, giacchè facilmente si concepisce, che un projetto lanciato sotto una conveniente inclinazione potrebbe percorrere 150 tese in 2 secondi, o 200 tese in $2\frac{1}{3}$ secondi, ec. prima che sia pervenuto al punto il più elevato della curva, o avanti di trovarsi nel ramo discendente; questo quì arriva nel tiro de' mortari.

164. Ciò posto, vediamo qual' è la velocità iniziale che fa percorrere 150 tese, o 900 piedi in 2 secondi ad una palla da 24. Si troverà questa velocità per la formola $V = \frac{c}{t}(m-1)$ (p.131), nella quale mettendo $t = 2''$, e mettendo 900 per x nel valore di m (p.127), si avrà $V = 485$ piedi.

Per aver poi l' haossa che bisogna impiegare, per tirare di punto in bianco a questa distanza, si cercherà immediatamente tangente I per la formula tangente $I = \frac{15,1}{V^2}\left(\frac{x^2}{c}+x\right)$ (a), si moltiplicherà questa tangente per il valore di l relativo al pezzo da 24, cioè per 117, 63 pollici, e, dal prodotto se ne toglierà $m-n=2$, 57 pollici, il risultato darà l' haossa di 5 pollici, e 3 linee. Così per infilare un' opera di fortificazione con un pezzo da 24 situato a 150 tese dal parapetto, bisogna che la palla sia cacciata con una velocità iniziale di 485 piedi a secondo, e che s' impieghi una haossa di 5 pollici, e 3 linee, tirandosi di punto in bianco, dirigendosi sulla sommità del parapetto; bene inteso, che la batteria deve esser situata perpendicolarmente sul prolungamento del ramo dell' opera che si vuole infilare. Tirandosi di questa maniera, la palla percorrerà infallibilmente il ramo discendente della sua curva incontrando il sopracciglio del parapetto, e produrrà tutto l' effetto che si desidera, senza che vi sia bisogno di alcun rimbalzo. Questo sarà sicuramente un tiro d' infilata, e può essere a rimbalzo.

165. Si potrà con un semplicissimo calcolo conoscere, che la palla si abbassa passando per la sommità C del parapetto che deve rompere (fig.34); se farà de' rimbalzi sul terrapieno RH, ed a qual distanza dal parapetto CR incontrerà il terreno. S' intenda tirata l' orizzontale AB per la bocca A del cannone, e si supponga il punto C elevato da 30 piedi al di sopra di questa orizzontale. Poichè il tempo del corso da A in C è di due secondi, la palla arrivata in C, si sarà abbassata di circa 60

(a) E' inutile quì considerare l' angolo al punto i, che non agumenterebbe l' haossa di una linea.

piedi al di sotto della sua prima direzione, prendendo dunque la verticale CF di 60 piedi, e tirandosi AF, questa retta dovrà indicare la direzione della palla nel sortire dal cannone. Si tiri ancora la retta AC, e si consideri intanto, che la palla sia giunta al punto *h*, avendo ancora 20 tese a percorrere, per giungere alla sommità C del parapetto, tirata la verticale *mhnd*, si avrà AC : A*n*, o $150 : 130 :: BF = 90 : dm = \frac{130 \times 90}{150} = 78$ piedi. Per conoscere *mh*, si cercherà il tempo che la palla impiega a percorrere lo spazio A*h* di 130 tese, o 780 piedi, colla velocità iniziale di 485 piedi, e ciò per la formola $t = \frac{c}{V} \; (m-1)$ (p. 130); si troverà, che il logaritmo di questo tempo è 0,2342252; ma si sa, che moltiplicandosi il quadrato del tempo per 15,1, si ha l'altezza, per la quale caderebbe il corpo per effetto della gravità nello stesso tempo. Dunque aggiungendo il logaritmo di 15,1 al doppio del logaritmo 0,2342252, si avrà 1,6474273 per il logaritmo di *mh*, che si trova essere di 44,04 piedi, che bisognerà sottrarre da $md = 78$, per avere $hd = 33,96$ piedi. Il punto *h* è dunque più elevato del punto C di circa 4 piedi. Dunque la palla va abbassandosi da *h* verso C.

Supponiamo in seguito la palla a 20 tese al di là del parapetto, ed a questa distanza si tiri l'altra verticale MNHD, che incontri le rette AF, AC prolungate in M, ed N; si avrà AC : AN, o 150 : 170 :: BF : DM = 102 piedi. Per conoscere l'altezza MH, per cui la palla arrivata in H si è abbassata al di sotto della sua prima direzione AM, si cercherà come qui sopra il tempo impiegato a percorrere 170 tese, o 1020 piedi colla velocità iniziale di 485 piedi; il logaritmo di questo tempo sarà 0,3571078, al doppio del quale aggiungendosi il logaritmo di 15, 1, si avrà 1,8951925 per

il logaritmo di MH, ch' è di 78, 558 piedi. Togliendo dunque da MD=102 la MH, resterà 23,442 piedi per HD. Se dunque si suppone la sommità C del parapetto di sette piedi elevata sul terreno del ramparo, in modo che RB sia di 23 piedi, la palla caderà a terra ad un poco più di venti tese dal parapetto. Essa dunque risalterà a questa distanza, e si eleverà in seguito più o meno, secondochè al punto di caduta il terreno sarà inclinato in dietro, o in avanti, e potrà ancora prendere una direzione verso dritta, o sinistra, se il terreno pende dall' una, o dall' altra parte, ma rilevandosi è possibile, che la palla passi per sopra gli oggetti che avrebbe rotti, se la curva fosse stata più allungata, o se il primo punto di caduta fosse stato più lontano, o la velocità iniziale fosse stata più grande, che si riduce allo stesso. Vediamo dunque ciò che arriverà, se la velocità iniziale della palla è per esempio di 550 piedi in vece di 485, supponendo sempre la distanza AC di 150 tese, o 900 piedi, e l' altezza CB del parapetto di 30 piedi. Si troverà immediatamente calcolandosi come al secondo esemp. della formola tang.I$=\frac{15,1}{V^2}\left(\frac{x^2}{c}+x\right)$ (p.145), che per colpire il punto C tirandosi di punto in bianco, bisogna impiegare una haossa di 3, 489 pollici; si cercherà in seguito il tempo impiegato a percorrere AC per la formola $t=\frac{c}{V}$ $(m-1)$: questo tempo servirà per conoscere la verticale CF compresa tra la sommità C del parapetto, e la prima direzione AF della palla; che si trova = 46, 683 piedi, e per conseguenza BF = 76,683. Per saper poi, se passando pel punto C è nel ramo discendente della sua curva, si supporrà una verticale md a 10 tese da BF, e si troverà hd = 31,124 piedi, ciò che fa vedere, che la palla va effettivamente abbassandosi da h verso C. Si tiri ancora la verticale DM a 30 tese dal

parapetto; si troverà DM = 92,019, ed MH = 69,598, ciò che dà HD = 22,421 piedi, e fa vedere, che la palla ha toccato a terra a circa 30 tese dal parapetto, cioè a 10 tese circa più lontano, che se si fosse tirato colla velocità iniziale di 485 piedi, ed in conseguenza deve risultarne un effetto maggiore.

Se si calcola l'effetto di una velocità iniziale di 600 piedi colle stesse circostanze, si troverà che per colpire il punto C di punto in bianco, vi bisogna un'haossa di 2,52 pollici; che la palla passa abbassandosi per la sommità del parapetto, e che cascherà sul terrapieno del ramparo a tese 35, 40 distante dal parapetto.

166. Essendosi acquistata una sufficiente conoscenza de' tiri a rimbalzo o d' infilata, nonchè de' calcoli che ne determinano le diverse circostanze, non crediamo di moltiplicare gli esempj, ma di proporre ancora quello di un pezzo da 16 situato a 250 tese dall' opera che si vuole infilare. Noi supporremo quì, che la sommità C del parapetto è elevata di 33 piedi al di sopra l' orizzontale AB, e 7 piedi $\frac{1}{2}$ al di sopra del terrapieno del ramparo, in modo, che RB sarà di 25 piedi $\frac{1}{2}$. Se si vuole che la palla faccia il suo corso di 250 tese in 2'' $\frac{2}{3}$, secondo l' osservazione rapportata al (p. 162), si troverà per la formola $V = \frac{c}{t}(m-1)$, che la sua velocità iniziale deve essere di 648, 84, piedi, e che per conseguenza bisogna impiegare una haossa di 5,538 pollici, e che la palla caderà sul ramparo a circa 20 tese dal parapetto. Si potrà dunque accrescere la velocità della palla, affinchè caschi ad una distanza maggiore dal parapetto. La tavola seguente indica l' effetto di molte altre velocità iniziali, e l' haossa che bisognerà

impiegare con ciascuna di esse, per tirare di punto in bianco alla sommità del parapetto, essendo la sua elevazione al di sopra dell'orizzontale AB di 33 piedi, e la distanza dal cannone di 250 tese.

Effetti delle differenti velocità iniziali della palla da 16 a 250 tese.

Velocità iniziali	Haosse		Distanze della prima caduta al parapetto.
750 tes.	3 po.	7 lin.	da 20 a 22 tese
800	2	10	da 28 a 30
850	2	5	da 30 a 31
900	1	10	da 31 a 33
1000	1	0	da 49 a 50

Con tutte queste velocità, e le haosse corrispondenti, la palla si trova sempre nel ramo discendente della sua curva allorchè passa pel punto C; com' è facile di assicurarsene per il calcolo, di cui noi tralasciamo li dettagli, per non togliere il piacere al lettore di farlo lui stesso, anzi l' esortiamo di sottoporre a calcolo le diverse posizioni ove può trovarsi, onde acquistare la facilità di giudicare al primo colpo d' occhio del partito, che li converrà prendere in ciascuna circostanza, sia per la scelta della carica di polvere, dopo la conoscenza della velocità iniziale che la palla deve avere, sia per determinare l'haossa propria per questa velocità, e la distanza dal punto che si propone di colpire, tirandosi di punto in bianco.

167. Ciò è che riguarda il tiro di punto in bianco, tanto naturale, che artificiale, e per conseguenza l' uso della haossa, da cui dipende essenzialmente l' aggiustatezza del tiro. Questa maniera

di tirare esclude tutto ciò ch' è di vago, ed arbitrario nella punteria ordinaria de' pezzi di cannone. Conoscere la distanza dell' oggetto che la palla deve rompere, o del punto per cui deve passare, questo è sempre facile per più mezzi conosciuti, senza imbarazzarsi della situazione di questo oggetto, o di questo punto per rapporto al livello della batteria: conoscere la velocità iniziale che la palla deve avere, e trovare la carica di polvere per imprimergliela, è ciò che noi lo vedremo in seguito, e finalmente determinare l' haossa che bisogna impiegare, per tirare di punto in bianco, è quello a cui si riducono le principali funzioni di un' Uffiziale incaricato del comando di una batteria di cannoni, qualunque potesse essere il suo destino; si troveranno nella nostra teoria (a) li mezzi da soddisfare a tutti li casi, che si possono presentare.

(a) Si trovano in una maniera la più pronta nelle nostre tavole del tiro de' cannoni ed obici, in seguito di questa teoria calcolate.

Della forza che differenti cariche di polvere esercitano nel cannone.

168. La teoria che noi abbiamo esposta, non sarebbe che una vana, ed inutile speculazione all' artiglieria, se non si conoscesse l' agente, che bisogna impiegare per imprimere ai projetti le diverse velocità iniziali, che si hanno a considerare. Noi passeremo dunque ad occuparci di questa ricerca, tanto per completare la nostra teoria del tiro del cannone, che per renderla applicabile alla pratica.

La polvere da cannone è l' agente, di cui si serve l' artiglieria per mettere in moto li projetti, comunicandoli li gradi di velocità necessaria, secondo le diverse circostanze. La forza della polvere consiste nell' espansione di un fluido molto elastico, che si sviluppa per l' infiammazione. Noi non ripeteremo qui ciò ch' è stato detto ne' nuovi principj di Robins, commentati da Eulero sulla natura, e sulla maniera di agire di questo fluido. Il lettore potrà consultare quest' opera sulla traduzione, che noi abbiamo data. Contentiamoci di osservare, che se l' infiammazione di una carica di polvere fosse istantanea o s' infiammasse intieramente nello spazio, ch' essa occupa al fondo dell' anima di un pezzo da cannone, egli sarebbe facile conoscendosi l' effetto di una carica di polvere in un calibro qualunque, di conoscere l' effetto, di cui sarebbe capace tutt' altra carica, ed in ogni altro calibro; mentre indicandosi per V, ed u le velocità iniziali di due palle, di cui li pesi sieno espressi da P, e p; A, ed a le lunghezze rispettive dell' anime di questi pezzi, e B, e b le lunghezze delle cariche; si avrà $V^2 : u^2 :: p\, B\, l\, \frac{A}{B}$ $: P\, b\, l\, \frac{a}{b}$, secondo la teoria di Robins Cap. I. propos. VII., ed $V^2 : u^2 :: p\, B\, (A-B) : P\, b\, (a-b)$, secondo la nota aggiunta a questa proposizione. At-

teniamoci alla seconda analogia, che per le ragioni addotte in questa nota, è più conforme alla natura delle cose. Ne risulta, che in un istesso pezzo di cannone, cioè allorchè $P = p$, ed $A = a$, si ha $V^2 . u^2 : B (A-B) : b (A-b)$, per cui è facile di conchiudere la velocità comunicata ad una palla per una carica di polvere, quando si conosce quella, che la stessa palla riceve da un' altra carica.

169. Quantunque l' ipotesi dell' infiammazione istantanea non debba ammettersi; intanto la nostra analogia può benissimo essere impiegata tutte le volte che le cariche, delle quali se ne vogliono paragonare gli effetti hanno una lunghezza minore del calibro del pezzo, o che non l' ecceda, che di pochissimo. Tali sono nel pezzo da 24 al di sotto di cinque libbre di polvere: in quello da 16, al di sotto di tre libbre, e mezza; in quello da 12 al di sotto di due libbre, e mezza: in quello da 8 al di sotto di 2 libbre, e nel calibro da 4 al di sotto di una libbra. Si conosce facilmente, che posto il fuoco ad un punto della circonferenza della base di un cilindro equilatero di polvere, non metterà più tempo a percorrere la lunghezza di questo cilindro, che il diametro della base, e che l' infiammazione deve comunicarsi nel medesimo tempo a tutti li punti, che sono ugualmente lontani dalla lumiera. Se dunque una carica di polvere della forma equilatera s' infiammi intieramente, prima che la palla sia sensibilmente scossa, il che sembra molto verisimile, con maggior ragione dovrà succedere lo stesso, allorquando la lunghezza della carica sarà minore del diametro della base, e ciò basta, senza che sia necessario che l' infiammazione sia istantanea, perchè l' analogia $V^2 : u^2 : : B (A - B) : b (A-b)$ dia de' risultati esatti. Le verità di questa asserzione è d' altronde interamente confermata dall' esperienza.

170. Ciò non è lo stesso, quando s' impiega que-

sta analogia per paragonare le velocità risultanti da cariche di polvere, di cui la lunghezza è più grande del diametro della loro base, con quelle che imprimono cariche meno lunghe del diametro; si troverebbero per le forti cariche delle velocità molto grandi, se si deducessero dalle velocità comunicate da piccole cariche, o queste quì sarebbero troppo piccole, se si deducessero dalla velocità conosciuta risultante da una forte carica. Ciò è perchè ancora le formole per le quali si pretende di determinare la velocità impressa ad una palla da una carica qualunque di polvere, non possono soddisfare a tutti li casi. Tali son quelle, dalle quali noi abbiam tirate le due analogie quì sopra; la prima dedotta dalla teoria di Robins dà la velocità iniziale della palla $V = \sqrt{\frac{60,4h.fb}{\frac{2}{3}nc}} \, l\frac{a}{b}$ (vedete la nostra traduzione de' principj d' artiglieria di Robins, alla proposizione VII.), e la seconda tirata dalla nota in seguito della stessa proposizione dà questa velocità $V = \sqrt{\frac{60,4hfb(a-b)}{\frac{2}{3}nca}}$. In ciascuna di queste formole la lettera h esprime l' altezza del barometro d' acqua, la lettera f la forza della polvere, o piuttosto il rapporto della forza elastica alla pressione dell' atmosfera, n la densità della materia del mobile relativamente a quella dell' acqua; c il diametro della palla, b la lunghezza della carica di polvere, ed a la lunghezza dell' anima del cannone. La prima di queste formole è difettosa non solamente nel principio, come noi l' abbiam fatto vedere nella nota citata, ma ancora, perchè suppone alla polvere una forza molto minore di quella, che realmente ha. La seconda quantunque esente da questi difetti, ha quello di non poter essere applicabile alle cariche di polvere più lunghe del diametro della base, perchè essa suppone

l'infiammazione completa della carica nell' istesso spazio ch' essa occupa al fondo del cannone.

171 Il Sig. Eulero ha immaginato un mezzo per togliere una parte di queste difficoltà, non considerando la maniera, onde una carica di polvere s'infiamma successivamente, circostanza che scappa all' osservazione, e non può esser sottoposta a calcolo, ma supponendo che al primo istante s'infiammi una porzione della carica, la quale colla forza che si conosce alla polvere, faccia lo stesso effetto, che la carica intiera per la sua infiammazione successiva, dal che si vede bene, che questa porzione non può determinarsi che *a posteriori*, e dopo delle esperienze ben' avverate. Il calcolo fissato in conseguenza di questa ipotesi, ha condotto il Commendatore di Robins a questa espressione della velocità iniziale della palla, $V = \sqrt{\frac{60,4 \times 62199}{2P + Q} \, l \, \frac{52 i P - 123 Q}{123 Q}}$, nella quale P rappresenta il peso della palla, *q* il peso della carica di polvere, *i* il numero de' diametri della palla contenuti nella lunghezza del cannone, ed il segno *l* un logaritmo iperbolico (vedete nell' opera citata la nota 28), in modo, che conoscendosi il rapporto del peso della carica a quello della palla, e la lunghezza dell' anima espressa in diametri della palla, non fa, che un calcolo molto semplice, per avere la velocità iniziale della palla. Quantunque li risultati di questa formola non traviano molto dalla verità, nondimeno il principio su cui è fondata, non ha quel grado di certezza, che trascina alla convinzione. Difficilmente potrà persuadersi, che delle porzioni simili di una grande, e di una piccola carica, se esse s'infiammassero nel medesimo tempo, farebbero il medesimo effetto, che fanno le cariche intiere infiammandosi successivamente, la maniera come la polvere agisce, non sembra che possa conciliarsi con questa ipotesi. Arriva ancora, che questa formola attri-

buisce troppo di forza alle piccole cariche, e non assai alle grandi; e ciò non è, che per le cariche medie, che si accorda coll' esperienza, secondo la qualità della polvere. Tal' è la sorte di questa specie di formole, delle quali bisognerebbe averle assai generali, per soddisfare a tutti i casi, per cui ci atterremo all' esperienza per supplirvi: questa guida ci condurrà più sicuramente che ciascuna teoria della polvere, alla conoscenza delle velocità iniziali risultanti da diverse cariche, che s' impiegano ne' pezzi di cannone di differenti calibri.

172 Per pervenirvi noi abbiam seguito il metodo descritto nell' articolo 69 della I. sezione, per mezzo della quale si trova l' angolo di partenza della palla, quello che la prima direzione fa coll' orizzonte. Quest' angolo, la distanza del punto di caduta, e la differenza di livello fra questi due punti, e la bocca del cannone, sono gli elementi, che dalla loro conoscenza, si ricava infallibilmente quella della velocità iniziale della palla. Non vi è dunque altra quistione, che di applicare il metodo alle palle di tutti li calibri cacciate dalle differenti cariche, che si vogliono provare, per conoscerne la forza.

Li pezzi che noi abbiam posti all' esperienza sono li cannoni di assedio, e di piazza de' cinque calibri; cioè da 24, 16, 12, 8, e 4, e li due obici da 8, e 6 pollici.

Le cariche provate col pezzo da 24 sono quelle di 12 once, 1 libbra, $1\frac{1}{2}$, 2, $2\frac{1}{2}$, ec., sino a 12 libbre di polvere.

Col pezzo da 16 si son provate le cariche di 8, e 12 once, 1, $1\frac{1}{2}$, 2, $2\frac{1}{2}$, ec. sino ad 8 libbre.

Per il pezzo da 12, quelle di 8, e 12 once, 1, $1\frac{1}{2}$, 2, $2\frac{1}{2}$, ec. sino a 4 libbre.

Il pezzo da 8, quelle di 8, e 12 once, 1, $1 \frac{1}{2}$, 2, $2 \frac{1}{2}$, e 3 libbre.

Col pezzo da 4, quelle di 8, e 12 once, 1, $1 \frac{1}{2}$ libbre.

Con li pezzi di battaglia si son provate le cariche di 4 libbre per quelli da 12, di libbre $2 \frac{1}{2}$ per quelli da 8, e di libbre $1 \frac{1}{2}$ per quelli da 4.

Per l' obici si son provate le cariche, di 12, 14, 16, 20, 24, e 28, once.

Tutte queste cariche essendo rinchiuse ne' cartocci di carta, sono state presse nel fondo dell'anima de' pezzi, senza essere attaccate, o battute, la palla situata immediatamente sulla carica, fermata da un poco di fieno, ed attaccata con un sol colpo. Li pezzi sempre sono stati diretti orizzontalmente, e si son prese tutte le precauzioni, per osservare la più grande uniformità nella procedura di queste pruove, tanto per la pesata delle cariche, che per la maniera da situarle nel cannone. Sarebbe stato solamente a desiderarsi, che le palle di un' istesso calibro fossero state tutte del medesimo peso, ma ciò non è possibile: a questo riguardo vi regna una sì grande diversità, che appena sopra trenta palle se ne trovano due, che abbiano il medesimo peso, e la differenza tra li pesi di due palle da 24 va qualche volta sino ad una libbra, e mezza. Comunque ciò sia, l' esattezza che si ha voluto mettere in queste pruove, esigeva che si fossero pesate le palle, sia per scegliere quelle del medesimo peso, sia per non impiegare che delle palle pesanti presso a poco ugualmente, e quest' ultima parte siamo stati obbligati di valercene, senza però assoggettarsi di tener conto di una differenza di tre, o quattro once alle palle da 24, e

y

così a proporzione per quelle degli altri calibri, giacchè non poteva risultarne, che una 150ma di differenza nelle velocità, precisione piucchè sufficiente per la pratica del servizio di artiglieria, che noi principalmente abbiamo in veduta.

Ecco un esempio del calcolo, per lo quale si trovano le velocità risultanti dalle nostre pruove. Prendiamo quella della palla da 24 cacciata colla carica di due libbre, e mezza di polvere. A questa pruova, il cannone essendo diretto orizzontalmente, la palla ha incontrato la riga BC(fig.15) situata a 24 piedi dal cannone in un punto g elevato da 2 pollici, 8 linee ed $\frac{1}{2}$ al di sopra dell' orizzontale mi, ciò che dà l' angolo di partenza, gmi, o EBD (fig.15*); in seguito è caduta al punto F lontano dal cannone di 131 tese, e 5 piedi, o 791 piedi, e più bassa dell' orizzontale BD tirata per la bocca del cannone di 5 piedi, 3 pollici, e 10 linee, in modo che essendo BE la sua prima direzione, la verticale EF, ch' esprime la quantità per cui il peso l' abbassa mentre percorre la curva BF, è composta di due parti, delle quali una DE si trova per l' angolo conosciuto EBD, e l' altra DF per la livellazione. Si potrà dunque calcolare il tempo della caduta per EF che darà il tempo del corso per BF, ch' è lo stesso; ed in fine la velocità iniziale della palla per la formola $V = \frac{c}{t}(m-1)$; ricordandosi solamente, che nel triangolo rettangolo mig (fig.15), si ha tangente $gmi = \frac{gi}{mi}$ (p.5), e che nel triangolo rettangolo BDE (fig.15), si ha ED $=$ BD$\times$ tang. EBD. Ciò posto si troverà la velocità iniziale per l' operazione seguente.

Operazione preparatoria .

l (2 po.8 $\frac{1}{2}$ = 2,7803).... 0,4327021
l 24 pi.=288 po. ... 2,4593925

l tang. EBD ...... 7,7933096 *l* tan.0° 32'20''
l 791 2,8981765

l ED 0,8714861
Dunque ED= 7,43851
aggiungendo DF =. 5,31944

si avrà EF= 12,75795
l EF 1,1057810
Togliendo *l* 15,1 ... 1,1789769

9,9268041 , di cui la
metà .... 9,9634020 è il log. del tempo *t*.

Calcolo della velocità per la formola

$$V = \frac{c}{t}\,(m-1).$$

$l\,\frac{1}{c} \times 0{,}434394$ ..... 5,8495323 (p. 133, tav. VI)

$l\,791$ 2,8981765

8,7477088, di cui il numero, o $l\,m$ 0,0559382

Dunque $m =$ 1,13746

$m-1 =$ ... 0,13746

$l\,(m-1)$ 9,1381763

$l\,c$ ...... 3,7882520 (p. 133, tav. VI)

comp. $l\,t$ 0,0365980

$l\,V$ .... 2,9630263 = l 918,39

La velocità iniziale della palla da 24 cacciata con due libbre, e mezza di polvere, sarà dunque di 918,39 piedi a secondo; se nell' intervallo di 24 piedi dal cannone alla riga BC (fig. 15) il peso non l' abbassa sensibilmente. Per conoscer questo, supponiamo che la velocità che noi abbiam trovata sia effettivamente quella della palla, il che non può portare che un' errore impercettibile; il tempo impiegato a percorrere li 24 piedi, sarà $\frac{24}{918{,}39}$ di secondo, durante il quale il peso abbassa la palla di 1,485 linee, in guisa che la sua prima direzione in vece d' incontrare la riga BC a 32,5 linee al di sopra dell' orizzontale *mi*, passa a 33,985 linee al di sopra del punto *i*, e forma con *mi* un angolo, di cui la tangente è 7,9927136, ciò che dà 7,7784 piedi per il

valore di ED (fig. 15), e 13,0984 per quello di DF. Dunque il tempo della caduta per EF, o del corso per BF ha intanto per logaritmo 9,7691207, di cui il complemento essendo aggiunto alla somma de' logaritmi di $m-1$, e di c, alli quali non vi è niente a cambiare, perchè queste quantità non dipendono, che dal peso del mobile, dalla distanza BF, e dalla resistenza dell' aria, si avrà 2,9573076 per il logaritmo della velocità iniziale, che in conseguenza è 906,37 piedi. Questa correzione dunque diminuisce la prima velocità di 12 piedi, e non deve esser trascurata.

Facendosi ora una seconda correzione seguendo la stessa procedura, si troverà una velocità 906, 06 piedi, minore della prima di soli 4 pollici circa. Può dunque fissarsi alla prima correzione, e conchiudere, che la velocità iniziale della palla da 24 risultante da due libbre e mezza di polvere, è di 906 piedi a secondo.

Lo stesso calcolo applicato ad altre cariche, ed agli altri calibri, ha dato i risultati rapportati nella tavola seguente, della quale la prima colonna indica le cariche che sono state provate. Si vede nella seconda colonna la posizione del punto g (fig.15), ove il basso della palla ha incontrato la piccola plancia, o la tavoletta BC per rapporto all' orizzontale mi, e si è marcata questa posizione col segno —, allorchè il punto g di rincontro si è trovato più basso del punto i. Alle otte prime cariche col pezzo da 24 la tavoletta BC essendo allontanata di 4 tese dalla bocca del cannone, e la fiamma delle carica di 4libbre avendola percossa a questa distanza, ha bisognato che fosse situata ad otto tese, ove si è lasciata pel seguito della pruova.

La terza colonna racchiude gli angoli di partenza delle palle, cioè quelli che la loro primiera direzione fanno coll' orizzonte. La quarta, e quinta colonna indicano la posizione del punto di caduta

della palla, per rapporto alla bocca del cannone; la quarta dà la quantità DF (fig.15ª), o la differenza di livello, che noi chiamiamo distanza verticale, e la quinta la distanza orizzontale, o BD. La sesta, ed ultima colonna di questa tavola indica le velocità iniziali della palla comunicate da ciascuna carica, e risultate dalle pruove.

TAVOLA VII.

Delle velocità iniziali risultanti da diverse cariche.

Calibri de' pezzi.	Cariche di polvere.	Incontro della palla colla tavoletta.	Angoli di partenza.	Distanze di caduta della palla.		Velocità iniziali della palla.
				vertical.	orizzont.	
	libbre	lin. pun.	° "	piedi	piedi	piedi
	» 3/4	— 12 »	7 20	6,049	293	500
	1 »	16 2	19 56	6,059	415	575
	1 1/2	12 »	14 22	5,972	490	700
	2 »	— 16 10	14 56	6,236	422	809
	2 1/2	32 6	33 48	5,320	791	906
24	3 »	14 »	15 10	5,479	704	989
	3 1/2	— 6 4	5 15	5,250	550	1065
	4 »	11 5	12 18	5,500	788	1132
	5 »	34 2	18 32	6,278	1014	1250
	6 »	33 6	18 3	6,778	1098	1320
	8 »	— 5 6	1 34	5,166	756 1/2	1425
	10 »	— 0 2	0 47	4,826	799	1475
	12 »	— 8 8	3 18	5,340	790	1530
	libbre.	lin. pun.	' "	piedi	piedi	piedi
	» 1/2	— 41 6	12 7	6,058	281 1/2	500
	» 3/4	— 40 7	14 11	5'958	324	618
	1 »	— 6 3	1 28	6.486	449	704
	1 1/2	3 6	4 54	6,188	552	855
	2 »	— 19 4	7 18	6,031	537	992
16	2 1/2	19 5	11 33	5,240	746	1110
	3 »	9 4	6 13	5,167	748	1221
	3 1/2	— 15 8	6 25	5,653	666	1312
	4 »	20 2	11 18	6,170	988	1374
	5 »	0 8	1 31	5,115	289 1/2	1415
	6 »	17 5	9 49	6,674	1047	1445
	8 »	— 5 8	1 47	5,153	788	1514

	libbre	lin. pun.	' "	piedi	piedi	piedi
12 lungo.	» 1/2	— 36 »	11 17	5,181	293	571
	» 3/4	— 4 2	1 40	5,271	446 1/4	775
	1 »	— 16 9	5 36	5,090	464	908
	1 1/2	— 20 8	8 14	4,951	502	1061
	2 »	26 5	14 50	5,010	816	1181
	2 1/2	4 3	3 33	4,896	726 1/2	1281
	3 »	6 4	4 25	4.338	748	1361
	4 »	2 4	2 12	4,691	814	1520
8 lungo.	» 1/4	— 2 »	3 39	6,038	435	698
	» 3/4	— 17 11	5 45	6,200	480	850
	1 »	28 1	16 30	4,997	654	960
	1 1/2	— 18 11	7 43	6,667	642	1179
	2 »	— 7 6	2 23	5,500	702	1324
	2 1/2	— 4 3	0 56	4,806	725	1417
	3 »	— 11 7	4 39	5,250	714	1459
4 lungo.	» 1/2	— 39 5	16 57	6,000	437	924
	» 3/4	— 34 3	15 11	5,373	482	1117
	1 »	— 32 4	14 39	5,847	560	1272
	1 1/2	— 30 11	14 21	4.733	555	1508
12 corti	4 »	— 14 »	5 50	4,900	671 1/3	1442
8 corti	2 1/2	10 »	6 7	4.198	788 1/2	1422
4 corti	1 1/2	— 35 11	16 45	4,552	503	1446

Nota. Rileggendo questa tavola mi sono accorto di un' errore nella velocità della palla da 8 tirata col pezzo lungo di questo calibro: questa velocità, che dovrebbe essere più grande di quella del pezzo corto, e colla stessa carica, si trova al contrario più piccola. Come non è possibile di ri-

OSSERVAZIONE I.

173. La prima idea che si presenta all' ispezione di queste tavole di pruova, fa sembrare che ciò sia una pura perdita per la teoria, che prescrive delle regole per l' aggiustatezza del tiro. A che serve in fatti di conoscere la velocità iniziale della palla, e l' inclinazione che bisogna dare al pezzo, per tirare ad una distanza data, se secondo le nostre pruove s' indica che il projetto quasi mai siegue la direzione del cannone, essendovi fra questa direzione, e l' altra di partenza della palla quasi sempre un' angolo di qualche minuto? Accidente, che continuamente varia, che non può nè prevenirsi, nè evitarlo, e che per conseguenza non si

---

tornare alla procedura delle pruove che han dato questa velocità, procedura di cui l' esattezza deve d' altronde essere all' arbitrio di tutte le supposizioni, non mi resta altro mezzo per iscoprire l' origine donde sia nato l' errore, che di ricorrere ad una pruova ancora esistente dello stato de' pezzi impiegati a queste pruove, che io trovo nel processo verbale della visita fatta di tutte le bocche a fuoco del Poligono nel 1782: ho veduto, che nel pezzo da 8 *l' Engagiste* fuso a Strasbourg nel 1774, di peso libbre 2155, n.9, l' anima era dilatata di 3 in 4 punti in tutta la sua lunghezza. Or si vedrà quì appresso nella tavola VII del (p.176), che il pezzo da 8 dando in questo stato di evasamento dell' anima, una velocità di 1338 piedi, deve darne una di 1422 nel suo stato primitivo. Si può dunque conchiudere che *l'Engagiste* dilatato di 4 punti avendo data una velocità di 1417 piedi, avrebbe dovuto darne una di 1505, se questo pezzo fosse stato provato allorchè non avesse che una linea di vento. Questo è dunque nel

può sottoporre al calcolo, nè assoggettare ad alcuna legge certa, per regolare la pratica.

Prima di decidere, vediamo a che si riduce l'effetto di questa differenza fra l' angolo di partenza della palla, e quello d' inclinazione del pezzo. Senza dubbio ciò può produrre un' agumento, o diminuzione considerevole nelle portate su di un terreno orizzontale; ma bisogna osservare, che non si deve giudicare dell' effetto di questa differenza

---

rapporto di 1417 a 1505, che bisogna agumentare le velocità ottenute per le altre cariche col medesimo pezzo, e rimpiazzare alla pag. 116 delle mie tavole del tiro di cannone, la colonna che ha 125 tese in testa con questa quì

Cariche	*Velocità*
libbre	piedi
» $\frac{1}{2}$	742
» $\frac{3}{4}$	956
1 »	1111
1 $\frac{1}{2}$	1286
2 »	1408
2 $\frac{1}{2}$	1505
3 »	1552

Per riguardo alle velocità risultanti d' altre qualità di polveri, si troveranno per il principio che le velocità date per le stesse quantità di polveri sono come le radici quadrate delle portate del mortaro provetto, che indica la qualità di polvere. Vedete il (p.56.), e l' istruzione sull' uso delle tavole (pag.10.).

per le portate; giacchè quello che più si deve principalmente prendere in considerazione, è il più o meno di elevazione del punto ove passa la palla in virtù dell' angolo di partenza, relativamente al punto che avrebbe da rompere, o per ove dovrebbe passare, se esso avesse seguito la direzione del pezzo. Non vi è quistione nell' uso del cannone per far cadere la palla a terra, ma bensì per farla arrivare, o farla passare per un punto di una certa altezza, ed estensione; dacchè questo punto è rotto, non importa in qual punto cade, essendosi adempito all' oggetto. Se per esempio questo punto ha una estensione di 8 piedi in altezza, e che si punti al mezzo, la palla colpirà, sebbene il divario la portasse quattro piedi più alta, o quattro piedi più bassa. Ora una differenza di 4 piedi è prodotta a 300 tese da un' angolo di 7' 38"; a 200 tese da un' angolo di 11' 27", ed a 150 tese da un' angolo di 15' 16". L' angolo di partenza della palla può dunque differire dall' inclinazione del pezzo di 7' 38" a 300 tese, di 11' 27" a 200 tese, e di 15' 16" a 150 tese, senzachè la palla manchi di colpire al punto situato a queste distanze, avendo 8 piedi di altezza, e la linea di mira essendo diretta al mezzo.

Se gettiamo intanto un colpo d' occhio sulle nostre tavole di pruove noi vedremo, che la più gran parte degli angoli di partenza delle palle, sono minori di quelli che noi abbiam calcolati; che sopra 47 colpi ve ne sono venticinque, de' quali l' angolo di partenza non impedirebbe la palla di toccare un punto di 8 piedi di altezza alla distanza di 300 tese, ed al di là, cinque a 200 tese, 11 a 150 tese, e 6 che vi si avvicinerebbero di più, ad eccezione di un solo tirato col pezzo da 24 con la carica di $2\frac{1}{2}$ libbre, di cui l' angolo di partenza è stato di 33' 48". Egli è vero che quest' angolo è stato trovato molto meno con altri colpi

tirati colla stessa carica, come è possibilissimo ancora, che con le altre cariche possono ottenersi degli angoli di partenza più grandi di quelli che si sono indicati nella tavola, perchè a questo riguardo il vento della palla sola causa di tanti accidenti, è la sorgente continua delle varietà; ma siccome queste variazioni hanno luogo in più, ed in meno, e presso a poco tanto da un senso, che dall' altro, vi è tutta l' apparenza, che la direzione necessaria da darsi al cannone possa esser riguardata come una media fra tutte quelle che prende la palla, e che puntandosi sul mezzo dell' oggetto, si rischia meno di mancarlo. Conchiudiamo dunque, che dando al cannone l' inclinazione prescritta dalla teoria secondo le circostanze, il tiro sarà più giusto, e di un' effetto più costante, che se si cercasse questa inclinazione per vie incerte, ed operando alla cieca, ed a tentoni.

OSSERVAZIONE II.

174. Le nostre formole indicano la velocità che una palla deve avere sortendo dal cannone per colpire un punto dato, come la maniera di dirigere l' haossa. Da un' altra parte si trova nelle nostre tavole di pruova la carica di polvere che bisogna impiegare, per comunicare questa velocità alla palla. Sembra dunque che si abbia tutto ciò ch'è necessario di conoscere, per tirare con aggiustatezza, conoscendosi la carica, e la direzione del pezzo. In effetto niente più si avrebbe da desiderare su questo riguardo, se le polveri che si è nel caso da impiegare avessero tutte l' istessa forza, ed uguale a quella della polvere, che ha servito alle nostre pruove, e se la medesima quantità di polvere comunicasse sempre la stessa quantità di moto; ma non bisogna molto contare su di una simile uniformità. Non è che la polvere tirata da un barile, o da differenti barili, provvenienti dalla stessa fab-

brica non sieno della stessa qualità, e che non producono il medesimo effetto in tempi simili; l'esperienza non lascia alcun dubbio su questo soggetto, ma essa c'insegna ancora, che per le polveri fornite da differenti fabbriche, o che in una istessa fabbrica sono fatte in diversi tempi, vi regna una gran varietà, la quale vien fissata per le pruove di ricezione. L'ordinanza prescrive, che le polveri debbono esser provate al mortaro provetto, e che per esser ricevute ne' magazzini del Governo, una carica di 3 once deve portare il globo al di là di 90 tese. Or dopo una quindicina di anni queste pruove hanno variato significantemente, ed hanno dato delle portate sino a 100 tese, ed anche sino a 120; ed in fine la fabbrica delle polveri si è talmente perfezionata, che le portate di pruove sono state a 125 tese. La polvere di quest'ultima qualità è stata quella, che ha servito alle pruove, delle quali i risultati sono rapportati nella tavola VII. Se esistono dunque delle polveri di differenti qualità, le nostre pruove non possono essere veramente utili, che quando si avrà la maniera da dedurre la carica di un'altra specie di polvere, capace di comunicare alla palla una velocità iniziale data. Per esempio la nostra tavola indica che la carica di libbre $2\frac{1}{2}$ imprime alla palla da 24 una velocità iniziale di 906 piedi a secondo, allorchè la polvere è di quella, che 3 once nel mortaro di pruova portano il globo a 125 tese. Si tratta dunque di sapere qual deve essere la carica di un' altra specie di polvere, della quale con tre once nell'istesso mortaro provetto si ha una portata di 105 tese? Per risolvere questa quistione richiamiamo ciò ch'è stato detto all' (art.57.), cioè che le velocità comunicate ad un projetto dalla medesima carica di differenti specie di polveri, sono proporzionali alle radici quadrate delle portate del mortaro di pruova; e conchiudiamo, che se una certa

carica di polvere di 105 tese dà una velocità di 906 piedi alla palla da 24, quella di 125 tese colla stessa carica, le deve dare circa quella di 990; questi due numeri sono tra loro nel rapporto di $\sqrt{105} : \sqrt{125}$; ma per aver questa ultima velocità colla specie di polvere che ha servito alle nostre pruove, bisogna seguendo le tavole una carica di tre libbre. Dunque una carica di tre libbre è quella che imprimerà una velocità di 906 piedi, con la polvere di 105 tese.

Ecco dunque un mezzo infallibile per conoscere la velocità risultante da una carica di polvere, qualunque sia la qualità, allorchè questa qualità è conosciuta per mezzo di pruove fatte, come si è detto per la ricezione.

Egli è vero, che non sempre si ha un mortaro di pruova, per assicurarsi della forza della polvere che si è nel caso da impiegare, e che una volta ricevuta ne' magazzini, non vi resta alcuna cartella su i barili, che indichi la sua forza dedotta dalla pruova, a cui è stata assoggettata, ed in conseguenza nessuna notizia della sua qualità; e questo potrebbe far dire ancora, che la nostra teoria non sarebbe di alcuna utilità per la pratica. Si potrebbe dunque marcare su de' barili di polvere la portata della pruova, come il luogo, e l'anno in cui è stata fabbricata. Questa formalità di più non porterebbe la minima difficoltà, e l'ispezione di un barile basterebbe allora per far conoscere la qualità della polvere che contiene se sarebbe della portata per es. di 100 tese, 120, ec., e la nostra teoria indicherebbe la carica che bisognerebbe impiegare di questa polvere, per adempire all'oggetto che si propone. Se l'oggetto dell' ordinanza è adempito quando la polvere che si prova porta al di là di 90 tese, (ed oggigiorno nel 1793 al di là di 100 tese), e se il bene del servizio esige che sia conservata la suddetta indicazione su i barili, ciò non è ancora molto pel successo de' tiri delle

arme da fuoco, cioè bisogna ancora, che questa conoscenza pervenga nelle batterie, ove la detta polvere è destinata, e che sia anche a notizia degli artieri incaricati della preparazione e costruzione de' cartocci, i quali dovranno mettervi la marca del barile, da cui le polveri sono state tirate; unico mezzo per conoscere in tutte le circostanze le qualità delle polveri che s'impiegano, e per regolare in conseguenza la maniera di puntare.

E chi non dirà, che la polvere essendo soggetta a delle frequenti alterazioni, l'indicazione della sua forza primitiva potrebbe aucora indurre in errore sulla forza attuale. L'esperienza c'insegna per mezzo de' fatti ben provati, che la polvere si conserva benissimo ne' magazzini per un lungo seguito di anni, e che ammeno di qualche accidente estraordinario, o di negligenza, che non deve far regola, si può sempre contare sulla qualità fissata dalle pruove di ricezione (*a*). Questo quì sembra contradire ciò che noi abbiam detto altrove (nota

(a) Io ho veduto nel 1781 provare delle polveri della manifattura di Arcier, ch' erano state ricevute nel 1772, e portavano il globo sino a 127 tese. Nel magazzino del forte Nieulet a Calè nel 1776 si trovarono le polveri in uno stato apparente della più pessima qualità, una gran parte della polvere era ridotta in pani coperti di lordura: si sgranarono questi pani, si passarono per lo staccio, ed essendosi sottoposte alla pruova, si ottennero le stesse portate, che nel tempo della ricezione. Nel 1772 si trovarono a Strasbourg circa diciotto migliaja di polvere rinchiusa in una antica torre della città, proveniente dall' evacuazione di Fribourg nel 1744, malgrado il pessimo stato de' barili, queste polveri diedero col mortaro di pruova delle portate di 117 tese, e furono impiegate pel servizio

8, pag. 107 della nostra traduzione di Robins), delle variazioni infinite, alle quali la forza della polvere è soggetta; ma la contradizione non è che apparente. Dire che vi esistono delle polveri di differenti qualità, e dimostrare che una formola di velocità soddisfi in tutti li casi, è provare la necessità di conoscere per mezzo di giuste pruove, la forza di quella che si vuole impiegare.

OSSERVAZIONE III.

175. Le velocità dedotte dalle pruove rapportate nella tavola precedente, sono state calcolate in seguito dell' ipotesi che la forza di resistenza, che una sfera prova attraversando l' aria con una certa velocità, è equivalente al peso di una colonna d' aria dello stesso diametro della sfera, e di un' altezza uguale alli $\frac{3}{5}$ di quella, da cui il mobile dovrebbe cadere per acquistar questa velocità. Ciò può essere un' inconveniente attaccato al metodo da noi impiegato, che bisogna conoscere la resistenza dell' aria per aver la velocità del projetto; differente dal metodo di Robins, il quale da questa velocità indipendentemente da ogni ipotesi di resistenza. Siegue da ciò, che il minor dubbio sulla verità di quello che noi abbiamo adottato, fa nascere una incertezza sulle velocità risultanti dalle nostre pruove, e questo dubbio è troppo ben giustificato per tutte le difficoltà, di cui la teoria della resistenza de' fluidi ci presenta. Di tutte l'e-

---

del Poligono. In fine recentemente alla fine del 1792 sono state riconosciute delle polveri restate nel magazzino di S. Spirito, e quantunque fossero fabbricate nel 1718, si trovarono avere una forza di circa 120 tese.

sperienze che noi sappiamo esser state fatte sulla resistenza dell'aria, quelle del Cavaliere de Borda ci han sembrato le più proprie, per far conoscere la resistenza, che questo fluido oppone al moto di una sfera; ma prima di ammettere la legge che ne risulta, noi abbiam creduto doverle sottomettere a delle pruove, che ne assicurano la certezza. Per ciò fare non bisognava altro, che impiegare questa legge di resistenza per calcolare la velocità che la palla riceve nella pruova di una data carica di polvere; e vedere in seguito, se colla stessa carica la palla colpirà un punto ad una distanza conosciuta, essendo diretto il pezzo secondo li principj che noi abbiamo stabiliti, ed in seguito della stessa ipotesi di resistenza.

Si trova per esempio per le tavole di pruova, che la carica di 8 libbre di polvere, comunica alla palla da 24 una velocità iniziale di 1425 piedi a secondo; volendosi dunque sapere come bisogna dirigere il pezzo, perchè la palla incontri un punto lontano 400 tese, impiegando la medesima carica di 8 libbre, ma di una polvere di 120 tese, che non deve in conseguenza dare, che una velocità di 1396 piedi; noi abbiam trovato per il calcolo del (p. 147.) che vi bisognava un' haossa di 5 linee, 9 punti, ed il pezzo essendo così diretto, la palla dà all' altezza del punto. Si voglia determinare la carica propria per tirare col pezzo da 24 di punto in bianco alla distanza di 215 tese, la polvere essendo di quella che porta il globo del mortaro di pruova a 120 tese? La formola del (p. 144.) c' insegna, che per riempiere quest' oggetto, la velocità iniziale della palla deve essere di circa 1034 piedi, e le nostre tavole indicano, che con polvere di 125 tese, vi vuole una carica di 3 libbre, e 5 once, ma come si tratta di una polvere di 120 tese, vi bisogna una carica di 3 libbre, ed 8 once (*a*),

(a) Questa carica è stata modificata a motivo

aa

seguendo ciò ch' è stato detto nell'osservazione precedente, essendosi dunque puntato di punto in bianco con questa carica, la palla ha rotto il punto disegnato. In fine si ebbe il medesimo successo tirandosi con un pezzo da 16 con 12 once di polvere, per colpire ad un punto lontano 250 tese, essendo la polvere di 120 tese: la nostra teoria dà un' haossa di 6 pollici, ed 11 linee, ed il pezzo inclinato in conseguenza di quest' haossa portò la palla al suo destino.

Queste pruove, e molte altre, che ci sono ugualmente ben riuscite, non lasciano alcun dubbio sulla bontà della nostra teoria, e sulli vantaggi che si possono tirare dalla sua applicazione alla pratica. Se poi si volesse credere ancora, che la legge di resistenza che noi abbiamo adottata, è precisamente la stessa che si osserva nella natura, ciò sarebbe formarsi una illusione; ma noi conosciamo delle teorie, di cui li risultati sono ancora di accordo coll' esperienza, quantunque queste stabilite sopra altre ipotesi di resistenza. Quest' accordo però non è sempre una pruova per far credere, che siasi incontrata la vera legge, secondo la quale l' aria resiste al movimento de' projetti, ma dà solamente a credere, che se si ammette la stessa legge di resistenza per la ricerca della velocità iniziale della palla, e dell' uso che in seguito si fa di questa velocità per dirigere il cannone, la pratica potrà accordarsi colla teoria (*a*), quando an-

---

delle circostanze, che ne parleremo nell' Oss. VIII.

(a) Avendo calcolata la portata del punto in bianco di un pezzo da 24 caricato con 2 $\frac{1}{2}$ libbre di polvere, nell' ipotesi di $n=\frac{3}{5}$, ed in quella di n

sora questa legge non fosse esattamente quella della natura, in vece d' impiegare per conoscere la velocità un metodo indipendente da tutte le ipotesi di resistenza, com'è quello di Robins; quest'accordo non sarà possibile, che quando la teoria sarà fondata sulla vera resistenza dell' aria. Dunque il nostro metodo è preferibile, e più vantaggioso per la pratica, malgrado qualche incertezza ch' esso può lasciarci sulla velocità reale de' projetti.

OSSERVAZIONE IV.

176. L'angolo di partenza della palla per le sue variazioni, e la polvere per le sue differenti qualità, non sono le sole cause d' irregolarità alle quali è soggetto il tiro del cannone; ma si scorge ancora qualche volta, che coll' inclinazione relativa alla velocità iniziale della palla, le portate del pezzo non hanno quella estensione, che corrisponde alla carica, ed alla qualità di polvere, supponendosi ancora la più gran differenza osservata tra l' angolo di partenza della palla, e l' inclinazione del pezzo. Ciò arriva a misura che li pezzi hanno più di servizio, e particolarmente alli cannoni di battaglia, che il fuoco più vivo li degrada più prontamente.

Avendo ripetuto nel 1783 le pruove fatte due anni prima, che sono rapportate nella tav. VII, si è trovato per le palle da 8, e da 4 de' pezzi di campagna una velocità molto minore, e tale, che la differenza non poteva essere attribuita alla qualità della polvere, che era di 120 tese di portata

---

$= \frac{4}{5}$; si trovò ne' due casi di 170 tese, nel primo colla velocità iniziale di 906 piedi, e nel secondo con quella di 927.

del mortaro di pruova, mentre che quella impiegata nel 1781 non li era superiore, che di 5 tese.
Ecco la tavola comparativa delle velocità ottenute in queste due epoche.

Palle	da 8	da 4
Cariche di polvere	lib. 2 $\frac{1}{2}$	lib. 1 $\frac{1}{2}$
Velocità nel 1781	1422	1446
Velocità nel 1783	1190	1328
Velocità della polvere di 120 tese	1393	1416

Siccome si era posta la stessa attenzione, tanto nella procedura delle ultime pruove, che nelle prime, la causa di questa gran differenza divenne un mistero impenetrabile, ma si scoprì ben presto questa causa, richiamandosi la visita generale precedentemente fatta di tutte le bocche a fuoco al servizio della scuola (*a*), ne risultò, che nella maggior parte de' pezzi visitati, il diametro dell'anima era considerabilmente agumentato dopo due anni, che si era fatta questa visita. Non si ripeterono dunque da altra causa, che dall' evasamento dell' anima de' pezzi le diminuzioni delle velocità osservate nelle ultime pruove. Siccome il fluido, che scappa fra la palla e le pareti dell'anima, non contribuisce al moto progressivo della palla, è esso di una pura perdita. a questo riguardo, conoscendosi evidentemente, che quanto maggiore è il vento della palla, e l' anima è più evasata, tanto

(a) Questa visita ordinata dal Generale Duteil, allora Comandante della Scuola, ebbe per oggetto non solamente di costare lo stato delle bocche a fuoco, ma bensì d' istruire gli uffiziali nella maniera d' impiegare gl' istrumenti destinati a quest' uso.

più di questo fluido se ne scappa; quindi non resta altra quistione, che di valutare la perdita di forza prodotta dall' agumento conosciuto del calibro di un pezzo di cannone.

Il Sig. Eulero ha trovato a tale effetto una formola, di cui l' applicazione al caso presente può molto rischiarire questa materia. Questa formola da ancora la velocità iniziale che avrebbe la palla, se il suo diametro fosse uguale al calibro del pezzo, cioè, se non vi fosse vento alcuno, conoscendosi d' altronde la sua velocità nel caso di una differenza conosciuta fra questo diametro, e quello dell' anima del cannone.

Sia u la velocità della palla allorchè questi due diametri sono uguali, ed V la velocità della palla, allorchè il suo diametro è minore del calibro del cannone per la quantità prescritta dall' ordinanza, e tale ch' era alle pruove del 1781, ed v questa velocità allorchè il calibro del pezzo è ingrandito; chiamandosi ancora m ciò ch' è l' eccesso del cerchio del calibro sul cerchio massimo della palla per rapporto a questa quì nel secondo caso, ed n nel terzo. Ecco la formola del Sig. Eulero per esprimere il rapporto tra le velocità V, u, ed v. (Vedete la nostra traduzione di Robins, pag. 248)

$$\frac{V}{u} = 1 - \frac{3.0506}{m} + \frac{2.9685}{m^2} + \frac{1.5865}{m^3}$$

$$\frac{v}{u} = 1 - \frac{3.0506}{n} + \frac{2.0695}{n^2} + \frac{1.5865}{n^3}$$

Conoscendosi dunque V, si avranno le due altre velocità u, ed v. Queste formole applicate alli tre pezzi di battaglia hanno dato li risultati seguenti, relativamente alli differenti venti che la palla può avere in questi pezzi, a misura che i loro calibri divengono più grandi. Le cariche sono 4 libbre per quello da 12, di $2\frac{1}{2}$ per quello da 8, e di $1\frac{1}{2}$ per l' altro da 4.

TAVOLA VIII.

Delle velocità relative all' evasamento de' pezzi.

Vento della palla.	Evasamento del calibro del pez.	12		8		4	
		polvere di		Polvere di		Polvere di	
		125 t.	120 t.	125 t.	120 t.	125 t.	120 t.
l. p.	punt.	piedi	piedi	piedi	piedi	piedi	piedi
0 0	. . . .	1680	1646	1694	1660	1808	1772
1 0	. . . .	1442	1413	1422	1394	1446	1416
1 1	1	1423	1395	1401	1373	1419	1390
1 2	2	1405	1376	1380	1352	1392	1363
1 3	3	1387	1359	1359	1332	1365	1337
1 4	4	1369	1341	1338	1311	1339	1312
1 5	5	1351	1324	1318	1292	1313	1286
1 6	6	1333	1306	1298	1272	1287	1261
1 7	7	1316	1289	1279	1253	1262	1236
1 8	8	1299	1273	1259	1234	1237	1212
1 9	9	1281	1255	1240	1215	1213	1188
1 10	10	1264	1239	1221	1196	1188	1164
1 11	11	1247	1222	1202	1178	1164	1140
2 »	12	1230	1205	1183	1160	1141	1117
2 1	13	1213	1189	1165	1141	1118	1095
2 2	14	1197	1173	1147	1122	1095	1073
2 3	15	1181	1158	1129	1106	1072	1051
2 4	16	1165	1142	1111	1088	1050	1029
2 5	17	1150	1126	1093	1071	1028	1008
2 6	18	1134	1111	1076	1054	1007	.987

Noi non abbiamo estesa di più questa tavola di evasamento, perchè un pezzo che ha un' evasamento maggiore di quello quì portato, deve esser riputato come fuori di servizio. Vediamo intanto di trovare la cagione della diminuzione della velocità osservata nelle nostre pruove.

La velocità della palla da 8 ottenuta da un pezzo di campagna era nel 1781 di 1422 piedi con u-

na carica di libbre 2 $\frac{1}{2}$ di polvere, e questa indicata dalla portata di 125 tese. Nel 1783 essendo la stessa carica, e la qualità della polvere di 120 tese, la velocità della palla dello stesso pezzo risultò di 1190 piedi. La tavola precedente fa vedere, che quest' ultima velocità, se essa non proviene che dall' agumento del calibro, dovrebbe essere attribuita ad un' evasamento di 11 a 12 punti; ma avendosi riguardo alla qualità della polvere, essa proviene da un' evasamento di 10 ad 11 punti. Or secondo il processo verbale della visita de' pezzi menzionata quì sopra, l' evasamento medio del pezzo da 8 impiegato alle pruove si trova essere da 7 ad 8 punti; vi è dunque un' altra causa che ha dovuto concorrere coll' agumento del calibro per diminuire la velocità. Questa causa noi non possiamo concepirla, che supponendosi la palla impiegata nelle ultime pruove, di un diametro un poco minore di quello della palla impiegata prima, in modo che questa nuova differenza abbia agumentato ancora di più l' evasamento, o il vento di 3 a 4 punti. In effetto essendosi prese delle precauzioni per le palle, furono impiegate quelle che passavano per la lunetta grande, ma non già per la piccola, e come i diametri di queste lunette hanno una differenza di 9 punti, è possibilissimo che la differenza de' diametri di queste due palle fosse stata di 3,04 punti, ed ancora di più.

Non è lo stesso per la palla da 4, che avea una velocità di 1446 piedi per le pruove del 1781, ed una di 1328 per quelle del 1783; questa diminuzione seguendo le nostre tavole, ed avendosi riguardo alla qualità della polvere, indicherebbe un' evasamento di 3 a 4 punti, mentre che il risultato della visita de' pezzi che hanno servito alle pruove ne ha dato uno di circa nove punti, per cui si può credere che alle ultime pruove la palla era di 5 a 6 punti più grossa, che alle prime. Non si potè dunque niente assicurare di certo sulla dif-

ferenza esatta di questi diametri, nè per conseguenza valutare l'influenza, che il vento della palla ha potuto avere nelle nostre pruove sulla velocità iniziale. Noi non spingeremo più innanzi questo esame, il quale esige delle altre sperienze, e termineremo questa osservazione con qualche riflessione generale.

La necessità di fare il diametro dell'anima de' pezzi più grande di quello della palla, porta seco molti inconvenienti pregiudizievoli, tanto alli pezzi, che alla aggiustatezza, ed uniformità del tiro. La palla avendo la libertà a cagione del vento di allontanarsi dalla direzione dell'asse del cannone, ed essendo ancora sollecitata dalla forza d'impulsione obbliqua che riceve, mentre percorre la lunghezza dell'anima del pezzo, ne risultano degli urti frequenti, e de' battimenti contro le pareti, che ricalcano il metallo, ed alterano le dimensioni dell' anima; questi effetti essendo altrettanto più pronti, si eccita un calore più considerevole nella massa metallica, e che il fluido elastico sviluppato dalla polvere contribuisce ancora per aumentarlo. Questa è una delle principali cause dell'evasamento, che si osserva nell'anima de' pezzi, dopo un certo tempo di servizio. Ve n'è un'altra, la quale sarebbe ancora più efficace, se non si avesse l'attenzione di pulire il pezzo tutte le volte che se n'è servito, cioè la lordura che si attacca alle pareti dell'anima del pezzo in ciaschedun colpo che si tira; questa materia umida, nera, e fetida, non è altra cosa, che una massa formata dalla combinazione del zolfo che entra nel miscuglio della polvere, coll'alcali fisso separato dall'acido nitroso nella denotazione del salnitro: le particelle del zolfo, che allora coll'ajuto del calorico vanno a riunirsi, avendo una grande affinità con questi alcali, se ne impadroniscono, e la loro unione si opera nell'istante stesso, che l'acido nitrico ridotto in vapori per l'infiammazione abbandona la base alcalina. Or ne avviene che questa materia essendo un po-

tente dissolvente delle sostanze metalliche; e sebbene il metallo del cannone non è nello stato di divisione propria per esser facilmente disciolto, ciò non impedisce, che non resti attaccata alla sua superficie, e che alla lunga l'effetto ne divenga sensibilissimo, come può vedersi ne' pezzi di cannone, in cui le pareti interne sono sgranate, e crivellate da una infinità di piccole cavità in tutte le parti, ove questa lordura si è trattenuta, ed invecchiata. In questo stato il minor battimento della palla, la minore azione della polvere infiammata, distruggono le piccole eminenze, che cuoprono le pareti dell'anima, e ne agumentano il diametro. Egli è dunque importantissimo per la conservazione de' pezzi, ch' essi sieno con molta attenzione puliti, ed ancorchè non sieno in servizio. Sarebbe ancora molto a proposito ch' essi fossero chiusi alla bocca, come anche alla lumiera, per garantirne l'interno dalle impressioni dell' atmosfera, di cui l'influenza sul rame, ed il ferro è molto conosciuta.

Ciò che ne risulti dalle cause, che concorrono ad allargare l' anima de' pezzi, che noi sommariamente abbiamo indicate, l' effetto di questo evasamento è sempre molto pernicioso, producendo in seguito una diminuzione nella velocità della palla. Si vede negli esercizj delle scuole, che dopo due o tre campagne li gradi di haossa, che essendo nuovi i pezzi servivano a portare la palla ad una certa distanza, non sono più sufficienti per dare la stessa portata; le tavole dunque che somministrano le haosse corrispondenti, si troveranno difettose, ed indurranno spesso in errore. Si attribuisce pure alla polvere, la quale ancora può avere qualche parte a queste irregolarità, ma ordinariamente provvengono dal vento della palla divenuto molto considerevole per l' evasamento dell' anima del cannone. Il mezzo per rimediare a questo inconveniente, e d' impedire ch' esso sia nocevole all' aggiustatezza de' tiri, sarebbe senza dubbio di prendere una

conoscenza esatta del calibro de'pezzi, di assicurarsi ancora della qualità della polvere, e di regolare in conseguenza li gradi dell' haossa, che convengono impiegarsi per la distanza del punto, ciò che si trova facilmente per quello ch' è stato detto negli articoli 148, 149, 174, e consultando la tavola VIII. Ma questo mezzo tutto semplice qual' è, sembrerà impraticabile, e regolarmente sarà rilegato nella classe delle speculazioni inutili alla pratica del servizio; non dovendosi presumere, che nel calore di una azione, e negl' imbarazzi di una batteria, può occuparsi di calcoli che questa ricerca esige. Ma se questi calcoli son tutti fatti, non bisogna che un colpo d' occhio per conoscerne i risultati; dunque le objezioni contro la nostra teoria perderanno tutta la loro forza. A questo è, che son destinate le tavole del tiro de' cannoni, ed obici, che noi abbiam calcolate, e che debbono far seguito a quest' opera. Del resto noi crediamo di aver riempito il principale oggetto di questa osservazione, cioè di far conoscere l'effetto, che l'evasamento successivo dell' anima de'pezzi produce sulla velocità iniziale della palla, e la maniera di avervi riguardo (*a*).

(a) Una delle principali cause dell' evasamento de' pezzi, e della lor pronta depressione, ha l'origine dall' operazione della barenatura combinata coll' imperfezione della fusa del metallo. Il ragionamento viene appoggiato dall' esperienza, che non lascia alcun dubbio a questo riguardo. E' lungo tempo che gli buoni artiglieri desiderano che si ritorni al metodo di colare coll'anima: il bene del servizio, e l' economia vi troverebbero ugualmente il lor conto; ma non è questo quì il luogo di estendersi di vantaggio su quest' oggetto importante, per cui è essenziale che il Governo vi dia una attenzione particolare.

OSSERVAZIONE V..

177. Si presenta ancora qnalche osservazione da fare sulle variazioni, che una medesima carica di polvere pruova ne' suoi effetti, relativamente alle diverse inclinazioni del cannone. Allorchè l'anima di un pezzo è diretta orizzontalmente, la palla non appoggia sulla polvere, per cui non ha allora altro ostacolo da vincere, che solo quello che risulta dalla sua inerzia, non opponendo il peso alcuna resistenza nel senso orizzontale. Se il pezzo è inclinato al di sotto dell'orizzonte, non solamente la palla non posa affatto sulla carica, ma tende ancora a muoversi indipendentemente dall' azione della polvere, ed a discendere lungo l' anima del cannone, come sopra di un piano inclinato, per la sola azione del suo peso, in modo che la velocità comunicata dalla polvere alla palla, è agumentata di quella che l' imprime il peso durante il tempo che impiega a percorrere l'anima del pezzo, e la somma di queste due velocità, è quella che forma la velocità iniziale colla quale è cacciato il mobile fuori del cannone. In fine essendo il pezzo inclinato al di sopra dell' orizzonte, la palla posa sulla carica, ed oppone una parte del suo peso allo sforzo della polvere: in questo caso la velocità comunicata dalla polvere è diminuita di quella che risulta dal peso; ed egli è evidente, che questa velocità additiva, e sottrattiva, secondochè il pezzo sarà inclinato al di sotto, o al di sopra dell' orizzonte, agumenta nel rapporto del seno dell' angolo d' inclinazione del pezzo. Siegue dunque da ciò, che se la stessa carica esercita la medesima forza in ciascuno di questi tre casi, la velocità iniziale della palla sarà più grande nel secondo caso che nel primo, e minore nel terzo; ma questa differenza non merita alcuna considerazione, poichè essa non va al di là di $\frac{1}{20}$ di piede per una inclinazione di

10. gradi, e per una velocità che farebbe percorrere l' anima del cannone in $\frac{1}{100}$ di secondo.

Vi è un' altra causa che produce una differenza più considerevole nella velocità della palla; essa dipende, che l' infiammazione della polvere non è istantanea, e che il fluido prodotto da questa infiammazione non si sviluppa che successivamente; che se ne sviluppa tanto più da una carica determinata per agire contro di un' ostacolo, quanto maggiore è la resistenza di quest' ostacolo; che in fine una carica produce tutto l' effetto, di cui è capace in un cannone, allorchè la sua infiammazione è completa nello spazio stesso che occupa al fondo dell' anima. Ciò posto è facile di concepire l' influenza dell' inclinazione di un pezzo sulla velocità iniziale della palla, essendo la stessa carica. Questa velocità non dipende tanto dalla quantità di polvere che forma la carica, ma da quella del fluido elastico sviluppato dall' infiammazione, prima che la palla sia scossa, mentre ciò è nell'espansione di una certa quantità di questo fluido, che consiste tutta la forza della polvere. Da quì andiamo a scoprire un' effetto contrario a quello, che noi abbiamo esaminato. In effetto nel caso di un pezzo inclinato al di sopra dell' orizzonte, la palla situata nel cannone come sopra di un piano inclinato, oppone alla carica di polvere una parte del suo peso, ed oppone per conseguenza all' espansione del fluido elastico una resistenza più grande, e più lunga di quella della sola inerzia, nel caso di una direzione orizzontale: si deve dunque sviluppare una maggior quantità di questo fluido prima della partenza della palla, e quindi riceverà una più gran velocità. Questo è il contrario quando il pezzo è inclinato al di sotto dell' orizzonte. Ma è da osservarsi, che questa differenza non è sensibile, che con delle forti cariche, con quelle che non s' infiammano interamente prima che la

palla sia scossa, in modo che per li tiri a rimbalzo, ove non s'impiegano che delle cariche di 8, 12, o 16 once di polvere, di cui l'infiammazione deve esser completa prima della partenza del mobile, non è da presumersi che l'inclinazione del pezzo possa per questa ragione agumentare, o diminuire la velocità ottenuta da un tiro orizzontale.

Conchiudiamo dunque in seguito di quello che si è detto, che le velocità ottenute dalle nostre pruove, essendo il risultato di un tiro orizzontale, egli è essenziale per l'aggiustatezza del tiro, di fare qualche cambiamento in più, o in meno, allorchè il tiro è obbliquo, e di sapere al giusto a che si riduce questo cambiamento; su di che non è possibile di prescrivere delle regole certe, giacchè la legge che la polvere siegue nella sua infiammazione non è molto conosciuta.

Conchiudiamo ancora, che un projetto più pesante, deve ricevere dalla stessa carica una quantità di moto più considerevole, di un'altro mobile più leggiero, allorchè la carica è sufficientemente forte, poichè a ragione di una più gran massa deve resistere di più, e più lungo tempo all'espansione del fluido elastico, che si sviluppa dalla polvere; la palla da 24, e la bomba da 12 ce ne forniranno un'esempio molto sensibile. La prima riceve da una carica di 8 libbre di polvere una velocità di 1500 piedi a secondo, e l'altra da tre libbre, e 12 once, una velocità di 400 piedi, avrà dunque la palla una quantità di moto espressa da $24 \times 1500 = 36000$, e per la bomba una quantità di moto dinotata da $150 \times 400 = 60000$. Ecco dunque che una carica più del doppio produce sulla palla un effetto un poco più della metà di quello che l'altra produce sulla bomba. Da che può nascer dunque una sì gran differenza? Noi non vediamo altra causa, che il peso della bomba maggiore di quello della palla, e l'inclinazione del mortaro più grande di quella del cannone, ciò che

deve necessariamente produrre dalla parte della bomba una resistenza più forte, e di più lunga durata all' espansione del fluido sviluppato dalla polvere, e fare che una minor carica infiammandosi intieramente produca più effetto, che una carica più forte, di cui non se ne infiamma, che una parte prima della partenza del projetto. Questa osservazione può servire per prevenire molti errori, che si commettono nella pratica, o almeno per spiegare certi effetti, che si dicono irregolari per la polvere.

OSSERVAZIONE VI.

178. E' vantaggioso, o nocevole di battere il tappo di fieno sulla carica, e sulla palla. Quantunque questa quistione sia stata spesso agitata, sembra che ancora i pareri sieno divisi, e che le voci preponderanti sono per li vantaggi di questa pratica. L' uso è sempre di dare sei colpi sul tappo che copre la carica, e tre su quello che copre la palla, e ciò non è che per li pezzi di assedio, e di difesa, perchè per li pezzi di battaglia si è contento di dare un sol colpo, nell'idea senza dubbio di sacrificare alla prontezza dell' esecuzione quello, che qualche colpo di più potrebbe aggiungere alla forza della palla. La diversità delle opinioni danno luogo a de' dubbj concernenti l' utilità dell' attaccare; noi abbiam creduto consultarne l'esperienza, impiegando il metodo descritto nell' art. 68., come più proprio di alcun' altro per fissarne le idee. Ecco come si è operato per fare queste pruove. Si son tirati sei colpi con un pezzo da 16 caricato con 6 libbre di polvere, racchiuse in un cartoccio di carta, e diretto orizzontalmente, de' quali tre con due tappi di fieno, una sulla carica attaccato con sei colpi, e l' altro sulla palla con tre colpi. Alli tre altri colpi la carica non è stata che solamente pressa nel fondo dell' anima, la palla vi

è stata posta immediatamente sopra, e coperta da un tappo ch' è stato attaccato con un sol colpo, volendosi solamente assicurare, che la carica toccasse il fondo dell' anima, e la palla fosse contigua alla carica. Li risultati di queste pruove sono indicati nella tavola seguente.

Velocità iniziali della palla da 16 cacciata con 6 libbre di polvere.

Ordine de' colpi attaccando.		Ordine de' colpi senza attaccare.	
	pie.		pied.
1	1419	2	1445
3	1420	4	1451
5	1440	6	1438

D' onde si rileva per lo meno, che è inutile di attaccare.

Queste pruove vengono appoggiate dal ragionamento, ma per non trattenerci sulla nostra opinione particolare sopra un uso consagrato per un lungo seguito di anni, noi trascriveremo quì una nota, che si trova nelle memorie di S. Remy, tomo I., pag. 279, ediz. del 1745.

» Seguendo delle sperienze fatte alla Fere, il
» tappo di fieno con cui si cuopre la carica, e la
» palla, non contribuisce niente per agumentare la
» violenza del colpo, o che sia stato più, o me-
» no attaccato. Ecco ciò che porta su questo sog-
» getto una memoria particolare ch'è stata fatta in
» occasione di queste sperienze.

» Quando si è introdotta con una cucchiaja la
» polvere nel cannone, non si può evitare di servir-
» si di un tappo per riunirla, e conviene di ri-
» stringerne il volume, affine di diminuire l'inter-
» vallo che vi è fra la polvere, e la palla, e
» di credere secondo l' opinione comune, che un
» tappo più grosso di un'altro attaccato con più

» violenza, e da un più gran numero di colpi con-
» tribuisca a cacciar la palla più lontano; questo
» è un pregiudizio, di cui se ne deve togliere l'
» abuso per poco che vi si ponga dell' attenzione.
» Se attaccandosi di più un tappo, esso potesse ac-
» quistare la durezza di un corpo solido, ed una
» forte adesione alle pareti dell' anima del pezzo,
» come ciò arriva alle palle delle carabine, o alli
» tappi cacciati con forza dal petardo praticato nel-
» la roccia, egli è costante, che la difficoltà che
» incontrerebbe la polvere che s' infiamma al prin-
» cipio nel cacciare la palla, dandosi luogo ad un'
» infiammazione più completa, riceverebbe un mag-
» giore impulso; ma si deve avere per questi due
» oggetti un sentimento ben diverso, giacchè il
» tappo di fieno essendo composto di parti flessi-
» bili, e separate, che non hanno alcuna adesione
» colle parti del pezzo, qual resistenza questo po-
» trà opporre alla polvere? e si può ancora tener
» conto di un attrito così insensibile? Se si servirà
» di un più grosso tappo di questo genere piutto-
» sto che di un medio, ed ancora di molte attac-
» cature, e le une appresso delle altre, l' adesione
» non sarà più forte, e per conseguenza non pre-
» senterà una più gran resistenza. Al contrario la
» polvere infiammata che penetrerà il fieno trove-
» rà più spazio per dilatarsi, e la sua impressione
» sulla palla non potendosi fare che successivamen-
» te da un pezzo all' altro, questa impressione non
» sarà molto vicino così forte, che se fosse imme-
» diata, ed a questo si può aggiungere, che un
» grosso tappo o molti, accostando sempre di più
» la palla alla bocca del cannone, li resta meno
» lunghezza a percorrere, e per conseguenza me-
» no tempo per ricevere impulsi dall' infiammazio-
» ne totale della polvere; e ciò è stato quello che
» si è sperimentato più volte di una maniera, che
» niente lascia da desiderare.

» Riguardo alla polvere, allorchè essa è riunita

» nel più piccolo volume, che naturalmente può
» occupare, non bisogna pensare che battendola an-
» cora, per ridurla in un più piccolo spazio, essa
» acquisti più di attività. Quanto maggiore è il
» numero degl' interstizj sensibili che restano fra i
» piccoli grani della polvere, con maggior prontezza,
» e forza si dilaterà la fiamma dal primo all' ulti-
» mo, e quindi l' accenzione più pronta. Quello
» ch' è vero però è, che quando essa è battuta
» molto, si riduce in polverino, e non restandovi
» interstizj, l' accenzione è puramente successiva, e
» più lunga. Il solo vantaggio che si può dedurre
» dal tappo appoggiato sulla polvere, è di riunir-
» la solo nel fondo dell' anima, ed impedire che
» quando essa è infiammata non si dilati pel ven-
» to della palla.

» Quanto al tappo che si mette sulla palla, sic-
» come esso non meno dell' altro non può ritarda-
» re la sortita della palla, non potendo dar luogo
» ad una più grande infiammazione, si vede ch' è
» assolutamente inutile, eccetto il caso ove si è
» obbligato di sostenere la palla, come tirandosi
» orizzontalmente, o di alto in basso, ed allora
» poco importa che sia o nò battuto.

» Siegue dunque dalle riflessioni che si son fat-
» te, che impiegandosi de' cartocci di carta, e la
» palla immediatamente sopra, e se vi bisogna per
» sostenere la palla un tappo di fieuo naturalmen-
» te, ed interamente introdotto, il servizio del can-
» none sarà il più vivo, più pronto, e meno pe-
» ricoloso, perchè li cannonieri non saranno che
» poco tempo esposti avanti l' imbrasura.

Ci rincresce molto, che non abbia fatto conosce-
re l' autore di questa memoria, per prestargli il
tributo degli elogj ch' egli merita, per la maniera
solida colla quale combatte la pratica di attaccare.
Sforziamoci dunque di dare l' ultimo colpo a que-
sta pratica, osservando che se l' attaccare produ-
cesse qualche effetto, e fosse ancora vantaggioso al

tiro, dovrebbe agumentare la forza della polvere; questo stesso sarebbe una ragione di più per proscriverne l' uso. Questa asserzione non può essere un paradosso per chiunque vorrà riflettere, che l' oggetto cui principalmente si deve avere in mira nel tiro delle bocche a fuoco, il meno è l' aggiustatezza, e la forza di un colpo isolato, ma l'uniformità ne' risultati di molti colpi tirati di seguito. Ora attaccandosi la carica e la palla un certo numero di volte, non si deve sperare che questo si farà sempre colla medesima forza, e per poco che si supponga una efficacia nell' attaccare, non bisognerà più contare sull' uniformità; ed attaccandosi più, o meno forte, la palla partirebbe necessariamente con più, o meno di velocità. Sarebbe dunque più vantaggioso di rinchiudere la polvere ne' cartocci di carta, di spingere la carica al fondo dell' anima, e di comprimerla tanto, quanto solo basta per assicurarsi che sia al fondo, e di mettere la palla immediatamente sulla carica, con un tappo sopra attaccato con un sol colpo. Con questo metodo più semplice, più spedito, e sopratutto meno soggetto a variazioni, non si può mancare di avvicinarsi a quella uniformità tanto desiderata nel tiro del cannone, pel quale non si deve esitare di sacrificare un agumento di forza, che sarebbe facile d' altronde di procurarsela per il colpo, con un agumento di carica.

OSSERVAZIONE VII.

179. Non resta che esaminare, se le variazioni nella densità dell' aria, risultanti da differenti temperature dell' atmosfera, hanno una sensibile influenza sul tiro del cannone. Questo è nello stato mezzano, che noi abbiamo considerata l' aria presso la superficie della terra, ed in una stagione temperata, allorchè noi abbiam supposto ch' era 850 volte men pesante che l' acqua; ma si erra molto

considerandosi che conservi sempre questi gradi di densità, giacchè il calore la rarefà, ed il freddo la condensa, e non considerandosi il più gran freddo naturale, ed il più gran calore naturale. Le variazioni che queste due cause producono nella densità dell' aria, non lasciano di essere molto estese; affrettiamoci dunque di scoprirne i limiti.

Muschenbroeck racchiude questi limiti tra 606, e 1000, intervallo secondo noi molto grande; mentre ne' nostri climi, la differenza del più gran freddo al più gran caldo, è meno di quella del grado temperato al calore dell' acqua bollente; ora dall' uno all' altro di questi due termini il volume dell' aria non agumenta che di un terzo; dunque quando ancora le due differenze di cui abbiam parlato fossero uguali, prendendosi $\frac{1}{850}$ per la densità media dell' aria relativamente a quella dell' acqua, $\frac{1}{709}$ esprimerebbe la densità durante il più gran freddo, ed $\frac{1}{991}$ durante il più gran calore. Noi possiamo dunque avvicinare questi limiti.

Il Sig. de Mairan ammette per quelli del più gran freddo, e del più gran caldo ne' nostri climi li numeri 994, 1026, che corrispondono al 6° grado al di sotto del termine di congelazione del termometro di Réaumur, ed al grado 26 al di sopra dello stesso termine, in modo, che se li gradi di rarefazione dell' aria erano proporzionali a quelli del liquore del termometro, e che 850 esprima il volume dell'aria corrispondente al temperato, o al numero 1010, si troverà 864 per il suo volume durante il più gran calore, ed 837 durante il più gran freddo. Ma l' aria si dilata, e si condensa più dello spirito di vino per li stessi gradi di calore, poichè dal temperato al calore dell' acqua bollente il volume dello spirito di vino non agumenta che di circa $\frac{1}{14}$, men-

tre che nel medesimo intervallo il volume dell'aria agumenta di un terzo; bisogna dunque prendere de' numeri più discosti da 850, di quelli che noi abbiam trovati, per esprimere la densità dell' aria ne' casi estremi della sua temperatura: potremo attenerci dunque alli numeri 785, e 915 risultanti dall' ipotesi, che li gradi di calore son proporzionali alli gradi del termometro; questa ipotesi dà, puol essere, troppo di estensione alle variazioni, che la densità dell' aria pruova per il caldo, ed il freddo, ma non vi è niente d' inconveniente di essere un poco più al di là de' veri limiti.

Supponiamo dunque l' aria 915 volte men densa che l'acqua, durante il calore dell'està, e 285 volte, durante il freddo dell' inverno; si avrà nel primo caso per le palle da 24 log. D = 3,8166977; e nel secondo log. D=3,7501465, ciò che dà log c= 3,8202542 per la minor densità dell' aria, e log. c =3,7537028 per la più grande. Se si cerca in seguito qual' è con questi valori di c, la portata di punto in bianco naturale del pezzo da 24, la velocità iniziale della palla essendo di 1420 piedi a secondo; si troverà (p.150.), che per la sola causa della densità dell' aria, posto tutte le altre circostanze uguali, questa portata sarebbe di 365, 2 tese durante il più gran calore, e di 353, 4 durante il più gran freddo de' nostri climi, cioè circa sei tese di più, o di meno, che nel temperato, ove la densità dell' aria è 850 volte meno di quella dell' acqua; questa differenza piccolissima nella pratica svanisce, allorchè si calcola l' haossa, o l' angolo di mira che bisogna impiegare, per tirare a queste distanze, per cui si trova che la maniera di puntare è esattamente la stessa. Dunque si può conchiudere, che non si trae alcuna utilità nell'essere attaccati pel tiro del cannone alle osservazioni del termometro, tanto più che non si sarebbe nel caso di consultare questo istrumento, che rare volte nelle temperature estreme, per il servizio di u-

na batteria . Il barometro può ancora indicare qualche variazione nella densità dell' aria, mentre è fuor di dubbio, che da un maggior peso dell' atmosfera deve risultare una maggior pressione sulli strati inferiori , e per conseguenza una più gran densità ; ma le variazioni prodotte per questa causa sono racchiuse ne' limiti molto più approssimanti di quelli che provengono da diversi gradi di calore ; ed in effetto variando il barometro da 26 pol. , e 6 lin. , a 28 pol. , e 4 lin. , e che alla sua altezza media la densità dell' aria venga espressa da 850 , sarà indicata da 821,6 alla più grande elevazione del mercurio , ed alla minore da 878,4 . Dunque ciò che noi abbiam conchiuso pel termometro , a maggior ragione può applicarsi al barometro ; cioè che le variazioni di questo istrumento non hanno punto d' influenza sensibile sul tiro del cannone per le indicazioni che dà della densità dell' aria . Tanto maggiormente può dispensarsi di aver riguardo a queste indicazioni , non che a quelle del termometro , mentre agumentandosi la densità dell' aria, si eccita ancora nella polvere una esplosione più vigorosa , ed in conseguenza di maggiore attività , in modo, che se da una parte l' aria oppone più resistenza , avviene nel medesimo tempo , che il mobile riceve più di velocità, e più di forza per vincere questa resistenza . Non è il peso dell' aria la sola causa delle variazioni del barometro ; esse dipendono ancora dalli differenti gradi di velocità , di cui questo fluido è suscettibile ; mentre se nello stato inferiore dell' atmosfera sempre compresso pel peso de' strati superiori , si spande un certo grado di calore , il quale agumenterà la forza elastica dell' aria in questo strato , e la sua pressione contro li corpi circonvicini , la quale agendo sul mercurio del barometro, necessariamente lo farà salire . Ma qual' è l' influenza della molla dell' aria sulla resistenza , che questo fluido oppone al moto de' projetti ? Secondo noi abbiam detto altronde al (p.

110.) è di diminuirne la forza; perchè rotto l'equilibrio dall'urto del mobile contro le particelle del fluido, è altrettanto più prontamente rimesso, quanto più è elastico, giacchè queste particelle si accumulano meno d'avanti, e scappano più facilmente verso i laterali del mobile; così il barometro indicando un'aria più densa, può ancora indicare un'aria più elastica, vale il dire da una parte una più gran resistenza, e dall'altra una minore, ciò che conferma l'inutilità delle osservazioni di questo istrumento per li tiri di cannone.

Noi non parleremo punto quì della dilatazione dell'aria ne' strati superiori dell'atmosfera; si sa, che l'aria diviene più rara, a misura ch'è più elevata al di sopra del livello del mare, ma importa poco per il nostro oggetto di considerare questa circostanza, perchè il tiro del cannone si esegue sempre secondo le direzioni, che non permettono affatto alla palla di traversare de' strati d'aria, de' quali le differenti densità potrebbero sensibilmente cambiare la resistenza. Noi ripiglieremo questo soggetto, allorchè entreremo nelle quistioni della projezione delle bombe.

Le palle del medesimo calibro non avendo tutte il medesimo peso, il valore della lettera D, che nelle nostre formole rappresenta il rapporto della gravità specifica, o densità dell'aria a quella del projetto, può variare, restando l'aria nel medesimo stato, per la sola causa della densità del peso delle palle. Il valore attribuito a questo rapporto nella tavola VI (p. 133.) è relativo al peso medio risultante da una pesata fatta sopra un gran numero di palle di ciascun calibro: questo peso medio per le palle da 24 è stato trovato di 24,529 libbre, essendo il peso estremo di 24, e 25 libbre. Se la palla pesa 24 libbre si ha $D=5959,74$, supponendosi il diametro di 0,4537 piedi, e $\log. c=3.7787834$; se il peso è di 25 libbre, si trova col medesimo diametro $D=6208,06$, e $\log. c=3,7965122$; il che dà una differenza insensibile per l'haossa da impie-

gare in questi due casi estremi del peso delle palle.

Se avviene, che il più gran peso della palla combini col più gran diametro, il quale è ancora soggetto a variare; come per esempio, se si attribuisca ad una palla da 24 il peso di 25 libbre, ed un diametro di 5 poll., 6 lin., ed 1 punto, o 0,4589 di piede, ch' è il più grande che possa avere, poichè le palle di questo calibro per essere ammesse debbono aver passato liberamente in una lunetta, di cui il diametro è di 5 pollici, 6 linee 1 $\frac{1}{2}$punti; si troverà D=5999,4, e log. c=3,7866135, il che non può produrre che un lieve cambiamento nell' haossa, e questa differenza non sarebbe ancora più sensibile, facendovi concorrere le due ultime circostanze, colla più gran densità dell' aria.

Si vede dunque, che ne' limiti ove son rinchiusi li pesi, e li diametri delle palle, non che le differenti densità dell'aria, cagionate dal caldo, dal freddo, e la pressione dell' atmosfera; prese insieme queste cause, o separatamente, non possono avere una influenza ben marcata sulla maniera di pu tare un pezzo di cannone, cioè sull' haossa relativa ad una carica, ed una distanza data. Ciò non è, che queste stesse cause non potessero produrre delle differenze considerevoli nelle portate; ma per questo non si sbaglia. Una palla può andare più, o meno lontana, può cadere a terra ad una distanza più, o meno grande, senza che per questo manchi un punto situato da questa parte del punto di caduta, quando ancora questo punto non avrebbe che quattro o cinque piedi di altezza. Per esempio tal grado di velocità, il quale portando la palla da 24 a 400 tese con una certa haossa, la porterebbe a 410 tese, dandoci una linea di più all' haossa: intanto le due curve descritte in virtù di queste due graduazioni di haossa, non si sarebbero allontanate l' una dall'altra nel senso verticale, che di un piede a 235 tese dal cannone, e di un piede, e mezzo a 350; in modo che una palla che

percorrerebbe una, o l'altra di queste curve, potrebbe ugualmente colpire un punto situato in questo intervallo, e che avrebbe quattro o cinque piedi di altezza. Ora il cambiamento nell' ascissa che cagionerebbe la considerazione delle cause nominate quì sopra, non va che ad una linea di più, o di meno alla distanza di 350 tese. Sarebbe dunque male a proposito il voler citare queste cause, per spiegare certi traviamenti della palla, e per renderne ragione. Per esempio a 200, o 300 tese una palla ha dato 8, o 10 piedi troppo alta, o troppo bassa: una simile irregolarità non può venire nè dal peso della palla, nè dal suo volume, nè dalla densità dell' aria, o almeno quanto all' influenza di queste cause, sulla resistenza che il mobile incontra nell' aria, e supponendosi ch' esse non producessero alcun effetto sulla velocità iniziale della palla. Ma per quest' ultimo riguardo arrivano ben spesso de' cambiamenti, che non si debbono trascurare. Può essere che la palla sia più pesante, e riceva dalla stessa carica una maggior velocità iniziale, e questa velocità è sempre più considerevole, allorchè il diametro della palla viene accresciuto, o che si riduce allo stesso, allorchè il vento della palla è diminuito. Gli effetti di queste due cause essendo state sufficientemente esaminate nelle osservazioni IV, e V, noi ci atterremo ad esse, per conoscer cosa si deve fare nelle circostanze, ove può nascere il bisogno.

OSSERVAZIONE VIII.

180. La pratica del tiro del cannone presenta un' effetto, il quale non ancóra è stato osservato; e che l' uso delle nostre formole solo può farlo scoprire.

Allorchè si tira in una batteria con imbrasure, o a barbetta, la palla va sempre più alta di quello che viene indicato dalla teoria. Questo fatto così

isolato molto proprio per dare delle supposizioni contro la bontà della teoria, che noi abbiamo adottata; potrebbe far conchiudere, che essa si allontana troppo dal rigore geometrico, e che ne risultino delle velocità iniziali troppo grandi. Ma noi abbiam veduto da un' altra parte, che quando si tira in una campagna senza spalleggiamento, come si pratica per li pezzi di battaglia, e che noi abbiam qualche volta provato con de' pezzi di assedio, i risultati dell'esperienze si accordano meglio con quelli della teoria.

Vi è dunque una causa, che per produrre questa differenza negli effetti, tiene alla posizione del cannone situato in una imbrasura, sopra una barbetta, o servito senza spalleggiamanto alcuno. Questa causa noi la troviamo nel risultato di una discussione, che abbiamo avuto occasione di fare altre volte sul rinculo delle arme a fuoco, e principalmente in una memoria composta nel 1767 dal Sig. Brackenhoffer Professore della scuola di Strasbourg. Questa memoria di cui se ne può troppo raccomandare la lettura, presenta, quantunque sotto il titolo modesto di semplice opinione, una spiega molto soddisfacente del rinculo. Egli dice » che » nel momento dell' esplosione si forma una specie » di settore sferico di fuoco d' avanti la bocca del » cannone, di cui l' estremità si appoggia sul fon» do dell' anima, e tutte le parti esteriori al pezzo » terminano nell' aria, che questo settore compri» me, e caccia in tutti li sensi; cosicchè questo » settore, che l' autore lo chiama *settore di esplo*» *sione*, trovando un' appoggio nell' aria, agisce » con tutta la sua forza sul fondo dell' anima, e » causa il rinculo del pezzo ».

Questa teoria è confermata ancora dall' osservazione di un' antico autore tedesco Giuseppe Sigismondo Buchner, che in un' opera intitolata *Teoria et praxis artilleriae*, impressa a Nuremberg nel 1682, dice di aver rimarcato, che un pezzo essen-

dd

do tirato in una imbrasura, di maniera che la bocca del cannone sia più vicino ad una faccia che all' altra, la palla prende una deviazione nel senso opposto alla faccia, che ha ricevuto la più forte impressione. Questa osservazione non lascia alcun dubbio sull' esistenza del settore di esplosione, il quale comprime contro la guancia della cannoniera la più vicina al cannone, riagisce, e trascina la palla che si trova inviluppata. Essendo dunque il cannone più vicino ad una faccia che all' altra, e risultando alla palla una deviazione laterale, perchè non deve risultarne una nel senso verticale, allorchè la bocca del cannone è molto vicina al fondo dell' imbrasura, o al piano superiore di uno spalleggiamento a barbetta. Questa è la stessa causa, l' effetto deve essere lo stesso, e non bisogna cercare d' altronde quello del fenomeno che fa il soggetto di questa osservazione, essendo molto fondato di attribuirlo a questa causa, perchè quando non vi è affatto spalleggiamento, ed il settore di esplosione ha tutta la libertà di estendersi per tutti li sensi, l' esperienza non smentisce la teoria.

Siegue da questo, che in una batteria a spalleggiamento vi si deve necessariamente fare un cambiamento alla carica di polvere, o alla maniera di puntare indicata dalle nostre tavole del tiro de' cannoni, ed obici Bisogna diminuire la carica, se niente si cambia alla maniera di puntare, o pure bisogna puntare un pocò più basso, se si vuol tirare colla stessa carica. Questi cambiamenti però non possono essere assoggettati ad una regola fissa, perchè essi dipendono da un gran numero di circostanze tali, come la carica, e la qualità della polvere, la distanza dal punto, il maggiore, o il minore intervallo fra il cannòne, ed il piano dell' imbrasura: noi sappiamo solamente, che alla distanza di 215 tese, le nostre tavole avendo indicato, che col pezzo da 24 vi bisogna una carica di 4 libbre, e 5 once per puntare di punto in bianco; la palla ha colpito 2,

o 3 piedi troppo alta, e ciò colle polvere di 100 tese al mortaro di pruova. Per corrigger dunque questo effetto del settore di esplosione, ha bisognato diminuire la carica di circa un ventesimo, e puntare di punto in bianco, o pure conservando la stessa carica di 4 libbre, e 6 once, guardare di due, o tre piedi più basso. Su di che noi osserveremo, che puntandosi più basso è possibilissimo che la palla si rilevi di più; si abbassi allora il pezzo, si accosti al fondo dell'imbrasura, ed a causa di una più forte compressione, si deve dare maggiore attività alla reazione del fluido elastico, che forma il settore di esplosione;e ciò deve sorprendere,quando questa causa non è conosciuta, nel vedere che abbassandosi il pezzo, la palla dà più alto. Vi è dunque meno d' incertezza nel diminuire la carica, che a puntare più basso; ma si deve convenire ancora, che l' una, e l' altra correzione non sarà giammai, che un' andare a tentoni, ma è intanto questo un' affare talmente limitato, il quale non può apportare che pochissimo inconveniente nella pratica. Questo può essere un' errore di aver detto al principio di questa osservazione, che l' effetto in quistione non era ancora stato osservato. Noi richiamiamo, che avendo fatto rimarcare a de' cannonieri antichi del battaglione di artiglieria, ch' essi puntavano troppo basso, la loro risposta era ordinariamente *che la palla rileva*, non supponendo allora nessuna causa, che può contrariare l' azione del peso: noi riguardiamo la proposizione del cannoniere come un pregiudizio senza fondamento, o che non potesse averne altro, che di rapportare il moto della palla alla linea di mira, al di sopra della quale si esegue effettivamente una gran parte del suo corso, quantunque si abbassi continuamente al di sotto dell' asse del cannone. Noi immaginiamo, che giudicando la direzione della linea di mira, e vedendo la palla rompere questa direzione, il cannoniere ne tira la falsa conseguen-

za, che la palla si rileva; ma l'esistenza, e l'effetto del settore di esplosione non lasciano più alcun dubbio, che le osservazioni de' nostri antichi cannonieri non erano affatto una illusione, e che l'uso delle formole dedotte dalla nostra teoria, ha rettificato il nostro giudizio a questo riguardo, e nel medesimo tempo esse ci confermano nell' opinione, che questa stessa teoria è sufficientemente esatta per la pratica.

Del tiro del fucile.

181. Il tiro del fucile è sottoposto alle stesse leggi, e si eseguе presso li stessi principj, che il tiro del cannone. Ugualmente che il cannone il fucile ha il suo punto in bianco, il quale è necessario di conoscere, per bene aggiustare il colpo. Nella conoscenza acquistata per un lungo esercizio, è dove comunemente consiste l'indrizzo del cacciatore; senza aver egli esaminate le dimensioni, che determinano sul suo fucile la posizione della linea di mira, e senza aver calcolata la velocità che la polvere imprime alla palla, l'esperienza l'insegna a qual distanza egli può colpire un' oggetto situato al punto in bianco, sia naturale, sia artificiale. Un colpo d'occhio esercitato li fa giudicare di questa distanza, e d'allora il fucile ch' egli possiede è per questa sola ragione il migliore di tutti li fucili.

Il nostro disegno non è di parlare di tutte le specie di arme a fuoco, conosciute sotto il nome di moschetto, moschettone, carabina, archibuscio, pistola, ec., ma di limitarci a qualche osservazione sul fucile destinato al servizio d' infanteria, di cui le dimensioni sono state fissate con un regolamento dato nel 1777, e con questo recentemente nel 1784 vengono d' armarsi le truppe del corpo di artiglieria. Se non vi era quistione, che del maneggio del fucile, e della maniera di servirsene, come ancora de' principj su de' quali poteva esser

fondata l'aggiustatezza, e la direzione della mira, non potressimo far meglio, che rivolgerci al saggio generale di tattica del Sig. Conte de Guibert, ove questa materia è trattata nella maniera la più soddisfacente al Cap. IV. della prima parte. L'autore sottopone la pratica del tiro del fucile ad una luminosa teoria, ed inculca di conoscere la necessità di esercitare il soldato a questa parte importante del servizio, troppo negletta. Ma com' è necessario nel piano della nostra opera di dare uno sviluppo maggiore a questa teoria, noi aggiungeremo qui ciò che potrà servire a confermare, o rettificare li risultati, applicando al fucile le nostre formole del moto de' projetti.

Dimensioni del fucile.

182. Le dimensioni che importano di conoscere sopra tutte, sono 1. La distanza de'due punti, che danno la posizione della linea di mira sulla superficie esteriore del fucile, e determinano la sua inclinazione sull' asse della canna. 2. La grossezza della canna a ciascuno di questi punti, o la loro distanza dallo stesso asse. Il primo di questi punti senza contradizione è sull'estremo della culatta della canna: riguardo al secondo si potrebbe creder subito, ch' è alla sommità del bottone della mira situato all' imboccatura; ma come questo bottone non lascia di essere elevato, l' angolo di mira diverrebbe picciolissimo, ed il punto in bianco vi resterebbe troppo vicino. Questa mira dunque non deve servire, che per assicurare la direzione, ma la circonferenza la più elevata verso la bocca della canna, è che deve regolare l' inclinazione della linea di mira, perchè essa separa sull' oggetto che si vuol rompere la parte che l' occhio scopre, con quella che li è nascosta. Questa circonferenza, o che la bajonetta è alla punta del fucile, o che essa non vi è, si trova all' estremità della canna,

in modo che in tutti due casi la distanza de' due punti, che determinano la posizione della linea di mira, è uguale alla lunghezza della canna. Ora per il regolamento del 1777, la lunghezza della canna di fucile è di 42 pollici, il suo diametro esteriore alla culatta è di 14 linèe, e 3 punti, ed alla bocca di 9 linee, e 6 punti, e con la bajonetta quest'ultimo diametro è di 11 linee, perchè il tubo ha circa 9 punti di grossezza.

Ma per lo stesso regolamento questo tubo è guarnito di un'anello, che serve per assoggettare la bajonetta sul fucile, essendo esso fatto di una lamina di ferro di circa 9 punti di grossezza, ciò che dà in questa parte, o si trova allora la circonferenza la più elevata, che ha un diametro di 12 linee, e 6 punti; e come l'anello è allontanato di 16 linee dalla punta del fucile, ne risultano dunque 40 pollici, ed 8 linee per l'intervallo fra li due punti, che determinano la linea di mira: si ha dunque impiegando le stesse denominazioni fissate pel cannone (p.71.).

$$l = \begin{cases} 42 \text{ pollici}, = 504 \text{ lin.} \\ 40 \text{ pollici}, = 488 \text{ lin. con l'anello.} \end{cases}$$

$$m = \ldots\ldots\ldots\ldots\ 7{,}125.$$

$$n = \begin{cases} \ldots\ldots 4{,}75 \text{ lin. senza la bajonetta.} \\ \ldots\ldots 5{,}5 \quad \text{colla bajonetta, senza anello.} \\ \ldots\ldots 6{,}25 \quad \text{coll' anello.} \end{cases}$$

Queste dimensioni danno pel log. tang. I, essendo I l'angolo di mira, di cui la tangente è espressa da $\frac{m-n}{l}$; cioè

	Log. tang.I	Ang.di mira
Per il fucile senza bajonetta	7,6732331 ..	16' 12"
Bajonetta senz' anello	7,5084229 ..	11 5
Coll'anello	7,2535883 ..	6 10

Se si sostituiscono questi valori di tang. I nella formola $x = c \left(\sqrt{ \left(\frac{V^2 \text{ tang.I}}{15,1\ c} + \frac{1}{4} \right) } - \frac{1}{2} \right)$, che dà la portata di punto in bianco (p.150.), si troverà, supponendosi la velocità iniziale della palla, o V =1600 piedi, che la portata di punto in bianco del fucile d' infanteria secondo il modello del 1777 è, cioè

	tese
Senza la bajonetta	89,3
Colla bajonetta senz'anello..	66,66
Coll' anello	41,29

183. Se si fa uso della formola $\left(\left(\text{tang.I} \times l - (m-n) \right) \frac{x}{l} \right.$, nella quale tang.I $= \frac{15,1}{V^2} \left(\frac{x^2}{c} + x \right)$ e che serve a conoscere la quantità, per cui bisogna mirare più basso del punto, allorchè si è al di quà della portata di punto in bianco, e più alto quando si è al di là; si avranno li risultati rapportati nella tavola seguente, ove li numeri che corrispondono a queste distanze minori della portata del punto in bianco, indicano di quanto la palla colpisce più alto del punto che determina la linea di mira, ciò che si riduce allo stesso, di quanto bisogna mirare più basso del punto che si vuol prendere. Li numeri che corrispondono a delle distanze più grandi della portata del punto in bianco, indicano le quantità, per cui bisogna mirare al di sopra dello stesso punto a queste distanze. In fine si veggono le portate di punto in bianco relativamente a tre differenti velocità iniziali della palla, cioè quelle di 1600, 1500, 1400 piedi a secondo, le quali risultano presso a poco dalle cariche di 36, 40, e 45 a libbra.

TAVOLA IX.

Del tiro del fucile d'infanteria.

Velocità iniziali.	Distanze dal punto.	Fucili senza bajonetta.	Bajonetta senza anello.	Con l'anello.
	tese	piedi	piedi	piedi
	10	0,26	0,17	0,09
	20	0,47	0,29	0,12
	30	0,63	0,36	0,10
	40	0,72	0,36	0,01
	41,29	. . . . . .	. . . . . .	Punto in b.
	50	0,74	0,29	0,14
piedi	60	0,68	0,14	0,37
1600	66,66	. . . . . .	Punto in b.	. . . . . .
Cariche	70	0,54	0,09	0,60
da 36 a	80	0,31	0,41	1,10
libra.	89,5	Punto in b.	. . . . . .	. . . . . .
	90	0,03	0,83	1,60
	160	0,46	1,36	2,21
	120	1,68	2,75	3,78
	140	3,41	4,66	5,86
	160	5,69	7,12	8,97
	180	8,60	10,21	11,75
	200	12,22	14,01	15,68

Seguito della TAV. IX.

Velocità iniziale.	Distanze dal punto.	Fucili senza bajonetta.	Bajonetta senza anello.	Con l' anello.
	tese	piedi	piedi	piedi
	10	0,25	0,17	0,08
	20	0,46	0,28	0,11
	30	0,59	0,33	0,06
	36,92	. . . . . .	. . . . . .	Punto in b.
piedi	40	0.67	0,30	0,04
1500	50	0,64	0,20	0,23
Carica	60	0,54	Punto in b.	0,51
di 40 a	70	0,34	0,29	0,89
libbra.	80	0,04	0,68	1,37
	81	Punto in b	. . . . . .	. . . . . .
	90	0,39	1,18	1,96
	100	0,92	1.81	2,67
	120	2,38	3,45	4.48
	140	4,42	5,67	6,87
	160	7,10	8,53	10,14
	180	10,49	12 09	13,64
	200	14,64	16,42	18,43

Seguito della TAV. IX.

Velocità iniziale.	Distanze dal punto.	Fucili senza bajonetta.	Bajonetta senza anello.	Con l' anello.
	tese	piedi	piedi	piepi
	10	0,25	0,16	0,08
	20	0,44	0,26	0,09
	30	0,56	0,29	0,03
	32,78	. . . . . .	. . . . . .	Punto in b.
	40	0,59	0,23	0,11
	50	0,53	0,08	0,35
piedi	53,74	. . . . . .	Punto in b.	. . . . . .
1400	60	0,37	0,17	0,68
Carica	70	0,10	0,53	1,13
di 45 a	72,74	Punto in b.	. . . . . .	. . . . . .
libbra.	80	0,29	1,01	1,70
	90	0,81	1,62	2,39
	100	1,47	2,36	3,22
	120	3,24	4,31	5,34
	140	5,66	6,91	8,11
	160	8,81	10,25	11,62
	180	12,79	14,40	15,94
	200	17,64	19.42	21,14

Il fucile dell' artiglieria non differisce da quello d' infanteria relativamente alle dimensioni, che per la lunghezza, la quale è di 34 pollici, e per la posizione dell' anello, che si trova lontano dalla punta del fucile di 29 linee, il che dà $l = 31,583$ pollici, 0,379 linee; li valori di m, ed n sono li stessi, che pel fucile d' infanteria. Si ha dunque in questo caso per log. tang. I, cioè

	Log.tang.I	Ang.di mira
Per il fucile senza bajonetta	7,7970244 ...	21' 34"
Bajonetta senz' anello	7,6322142 ...	14 44
Coll' anello	7,3633689 ...	7 56

per cui si tirano li risultati rapportati nella seguente tavola.

TAVOLA X.

Del tiro del fucile di artiglieria.

Velocità iniziale.	Distanze dal punto.	Fucili senza bajonetta.	Bajonetta senza anello.	Con l'anello.
	tese	piedi	piedi	piedi
	30	0,79	0,46	0,16
	40	0,93	0,48	0,07
	45,71	. . . . . .	. . . . . .	Punto in b.
piedi	50	0,89	0,42	0.08
1500	60	0,94	0,28	0,33
Carica	70	0,81	0,03	0,67
di 36 a	71	. . . . . .	Punto in b.	. . . . . .
libbra.	80	0,57	0,31	1,12
	90	0,22	0,77	1,68
	94,9	Punto in b.	. . . . . .	. . . . . .
	100	0,25	1,35	2,36
	110	0,85	2,06	3,17
	120	1,58	2,91	4,11

Seguito della TAV. X.

Velocità iniziale.	Distanz dal punto.	Fucili senza bajonetta.	Bajonetta senza anello.	Con l'anello.
	tese	piedi	piedi	piedi
	30	0.76	0,43	0,12
	40	0,86	0,41	0,01
	40.77	. . . . . .	. . . . . .	Punto in b.
piedi	50	0,86	0,31	0,19
1400	60	0.77	0,11	0,50
Carica	63,71	. . . . . .	Punto in b.	. . . . . .
di 40 a	70	0,56	0,21	0,72
libbra.	80	0,24	0,79	1,37
	85,55	Punto in b.	. . . . . .	. . . . . .
	90	0,21	1,21	2,11
	100	0,81	1,91	2,91
	110	1,94	2,70	3.86
	120	2,44.	3,76	4.97
	30	0,71	0,38	0,08
	36,18	. . . . . .	. . . . . .	Punto in b.
	40	0,78	0,33	0,07
	50	0,73	0,18	0,32
Piedi	57,04	. . . . . .	Punto in b.	. . . . . .
1300	60	0,57	0,09	0,69
Carica	70	0,28	0,49	1.19
di 45 a	76,99	Punto in b.	. . . . . .	. . . . . .
libbra.	80	0,14	1,02	1 82
	90	0,71	1,70	2.61
	100	1,44	2,54	3,55
	110	2,34	3.55	4.66
	120	3,42	4,74.	5,95

184. Eccoci intanto in istato di valutare la stima che si è avuta per l' autore della tattica generale sulla pratica del tiro del fucile; a questo effetto noi n' estrarremo li principali articoli concernenti questa pratica, e ci aggiungeremo le nostre osservazioni. Li principj dell' autore non essendo annunziati, che come verità approssimative, non si può dubitare che la sua veduta non sia stata quella, che si pervenga ad una più gran precisione. Noi ci limiteremo quì al fucile d' infanteria, ed alla velocità iniziale di 1600 piedi per secondo.

1. Artic. *E' presso a poco costante, che la palla seguendo la sua trajettoria, si troverà a 60 tese circa, ad un piede $\frac{1}{2}$, o due di elevazione al di sopra della linea di mira, e che questo sarà il punto ove essa sarà più elevata al di sopra di questa linea.*

Osserv. Si vede dalle nostre tavole, 1. che supponendosi il fucile sguarnito della sua bajonetta, il punto della trajettoria il più elevato al di sopra la linea di mira, non è lontano che di 0,74 di piede, o di circa 9 pollici, e che a 50 tese dal fucile la palla si trova a questo punto. 2. Che colla bajonetta senza l' anello, questo punto è lontano dal fucile di 30 a 40 tese, e dalla linea di mira di 4, a 5 pollici. 3. Che in fine coll' anello queste distanze sono ancora minori.

2. Artic. *La palla continuando a descrivere la sua parabola è ricondotta verso la linea di mira, per l' attrazione del suo peso, essa taglierà di nuovo questa linea a cento, o cento venti tese; e continuerà a percorrere la sua trajettoria, ec.*

Osserv. Il secondo punto d'intersezione della trajettoria colla linea di mira si trova alla distanza

di 89 tese, quando non vi è bajonetta alla punta del fucile: con la bajonetta senza anello s' accosta di più, e la mette a 66 tese, e coll' anello viene più raccorciata questa distanza, che non è allora più di 41 tese.

3. Artic. *Sia un punto alto di sei piedi, e diviso in tre dimensioni, ciascuna di due piedi, esso non ha alcuna distanza, alla quale bisognerà mirare due piedi più bassò della linea orizzontale, sulla quale questo punto è piantato, poichè allora ciò, che potrebbe arrivare al di più, sarebbe di colpire alla sua base.*

Osserv. Questo articolo si rapporta al primo, da cui ne risulta, che la più gran quantità, per cui bisogna mirare al di sotto di un punto non eccede 9 pollici.

4. Artic. *Se esso è a 50, o 60 tese, bisogna mirare nella dimensione di mezzo per colpire alla dimensione di sopra; o nella dimensione inferiore, per colpire nella dimensione di mezzo. Se è a 100 tese, bisognerà mirare all' alto della dimensione inferiore per colpire nella dimensione di mezzo, ed all' alto della dimensione di mezzo, per colpire nella dimensione superiore.*

Osserv. Poichè alla distanza di 50, o 60 tese la linea di mira non si allontana dalla trajettoria, che di 8 a 9 pollici, allorchè si tira senza bajonetta, e di 2 a 3 pollici solamente colla bajonetta senza anello, ne siegue, che per questi due casi in qualunque punto si miri nelle due dimensioni inferiori, non si mancherà il punto, e ne anche mirando alla metà inferiore della dimensione superiore. Si vede ancora, che coll' anello non si mancherà affatto il punto mirando sopra qualche punto, che sia delle due dimensioni superiori. Se è a 100 tese, ciò è nella dimensione superiore, o in quella di mezzo,

che bisogna mirare, per colpire in questa quì, e nell' inferiore. L' anello quì non fa altra differenza, che questa, cioè obbliga di non mirare troppo basso nella dimensione di mezzo.

5. Artic. *Ciò che può dirsi di certo è, che la portata del fucile, di cui la nostra infanteria è armata, è sotto una direzione presso a poco orizzontale di circa 180 tese; da ciò nasce che nella costruzione delle piazze di guerra, si è determinata la linea di difesa tra 120, e 140 tese dopo il fianco, sino all' angolo fiancheggiato; il resto della portata deve passare il fosso, e colpire il cammino coverto.*

Osserv. Allorchè la linea di mira è orizzontale, ed elevata di 5 piedi al di sopra la superficie del terreno, la palla incontrerà questo terreno, se è di livello, alla distanza di circa 155 tese, tirandosi senza bajonetta alla punta del fucile; colla bajonetta senza anello la distanza di questo punto di caduta sarà a 145 tese, e di 135 coll' anello. Riguardo alla portata di 180 tese non si può ottenere, che mirando senza bajonetta ad 8, 6 di piedi al di sopra del punto che la palla deve colpire, o a 10, 2 di piede colla bajonetta senza anello, o 12 piedi circa coll' anello.

6. Artic. *Ciò che vi è anche di certo, che una palla tirata a carica ordinaria di fucile, e secondo una linea parallela all' orizzonte, declina non troppo più di un piede e mezzo, o due, prima di arrivare a 200 tese.*

Osserv. La declinazione di cui quì si tratta, non può contarsi che dalla linea di mira, o dall' asse della canna; in qualunque altra maniera è sempre molto più grande di quello che si è detto in questo articolo, giacchè si vede per la tavola, che a

200 tese, e per il fucile senza bajonetta, la palla è di 12 piedi al di sotto della linea di mira, e per conseguenza più di 17 piedi al di sotto dell' asse del fucile, trovandosi la linea di mira a questa distanza lontana più di 5 piedi dalla direzione dell' asse. Se la bajonetta è alla punta del fucile, essendo guarnita dell' anello, l' inclinazione della palla riguardo alla linea di mira sarà più considerevole alla stessa distanza; essa sarà di 14 a 16 piedi, benchè sempre la stessa per rapporto all' asse della canna, poichè la bajonetta e l' anello, non fanno altro che elevare la linea di mira, avvicinandola all' asse della canna, senza niente cambiare alla trajettoria.

185. Le osservazioni che noi abbiam fatte riguardanti al fucile d' infanteria conforme al modello del 1777, come abbiam detto, e nel caso ove la velocità iniziale della palla è di 1600 piedi, o la carica di 36 a libbra, ci danno la facilità sull' ispezione delle tavole di farne l' applicazione con altre velocità, ed al fucile di artiglieria, che sarebbe superfluo di trattenersi. Contentiamoci di aggiungere qualche riflessione, che sebbene l' uso militare del fucile non è di nostra competenza, non sono puramente estranee al soggetto che noi trattiamo.

Ciò che caratterizza principalmente la bontà di un fucile riguardandosi le sue dimensioni, è che esse sieno talmente proporzionate che si possa aggiustare il colpo, e di maniera, che ad una gran distanza la linea di mira si discosti il meno possibile dal punto che la palla deve rompere, o per meglio dire, che questa linea non sorta punto dall' oggetto che si vuole incontrare, essendosi stimata la sua altezza di 5 a 6 piedi. La distanza di cui noi vogliamo parlare, è intanto racchiusa tra certi limiti, e non dobbiamo considerare, che quelli ne' quali si tira comunemente, sia in un' assedio, sia in rasa campagna: questi possono andare nel primo caso sino a 180 tese, e nel secondo da 80 a 100 te-

se. Fermiamoci a quella di 160 tese, ch'è una delle più grandi alle quali la difesa delle piazze obbliga di tirare; questa è presso a poco quella del fianco di un bastione alla piazza d'arme saliente del cammino coverto dirimpetto al bastione opposto. Supponendosi al mobile una velocità iniziale di 1600 piedi, ed il fucile sguarnito di bajonetta, le nostre tavole indicano, che se a questa distanza si mira un poco al di sopra di un punto alto di 5 in 6 piedi, la palla non mancherà di colpirvi, ma colla bajonetta, e l'anello, perchè nello stesso caso la palla incontri questo punto bisognerà mirare più piedi al di sopra, cioè nell'aria, senza aver punto fisso ove la linea possa confinare; il che rende senza dubbio il colpo incertissimo. Questo inconveniente agumentera sensibilmente, se il punto è più lontano, o se la palla tiene una minor velocità iniziale. Siegue da ciò, che alla distanza di 140 a 160 tese, la bajonetta è un'ostacolo alla aggiustatezza del tiro; ma come questa è di tutta inutilità al soldato coperto da un parapetto, è da presumersi, che in questa circostanza egli si dispensi di armare il suo fucile di bajonetta, affinchè possa tirare alle parti più vantaggiose, e mirare lontano con aggiustatezza, e precisione.

186. Riguardo all'uso del fucile in rasa campagna, si vede per le nostre tavole, che alla distanza di 80 a 100 tese, ed anche a 120, la bajonetta guaruita del suo anello non impedisce affatto di poter colpire un'oggetto elevato di 5 a 6 piedi, dirigendosi la linea di mira su qualche punto della parte superiore, quando ancora la velocità iniziale della palla non fosse che di 1400 piedi a secondo. In fine la bajonetta, ed il suo anello non sono veramente nocevoli alla aggiustatezza del tiro, che quando il punto ha pochissimo di estensione in altezza; mentre allora tutto dipende dalla portata di punto in bianco, che considerevolmente diminuisce per il tubo della bajonetta, ed ancora di più per

l' addizione dell' anello. Termineremo quì le nostre riflessioni sull' uso, e le proprietà del fucile, lasciando alle persone più di noi versate nel dettaglio dell'arte militare, la cura di prezzarne il merito, e di farne l' applicazione alli differenti casi della guerra. Resta ora di parlare del tiro del mortaro.

Del tiro del mortaro.

187. Se la teoria che abbiam finora impiegata ha avuto qualche successo nella sua applicazione al tiro de' cannoni, degli obici, e de' fucili, ciò è che essa è ristretta a de' casi di pratica particolare per queste specie d' arme, delle quali il tiro è comunemente orizzontale, o quasi orizzontale, mentre allora la curva descritta per la projezione si discosta poco dalla linea di mira, e che nell' estensione della portata di punto in bianco essa differisce poco dalla linea retta. Non è però così pel tiro del mortaro: la bomba projettata sotto un angolo più, o meno aperto, descrive nel suo corso una curva, di cui gli elementi hanno tutti differenti inclinazioni, che sarebbe facile di determinarle, se la bomba non fosse sottoposta che alla forza di projezione, ed all' azione del peso; si troverebbe in questo caso $d\left(\frac{dx}{dt}\right)=0$, e $d\left(\frac{dy}{dt}\right)=-g\,dt$; (nota del p. 28.1), e la curva sarebbe una parabola. Ma poichè questo projetto si muove nell'aria, il suo moto deve essere continuamente ritardato, per la resistenza che il fluido li oppone, esso avrà dunque una diminuzione di velocità nel senso verticale, ed una nel senso orizzontale: la prima sarà composta dall' effetto della resistenza del mezzo, e dall' azione del peso; sicchè nominandosi R la forza di resistenza dell' aria, verrà espressa da $\frac{R\,dy\,dt}{ds}+g\,dt$, e la seconda da $\frac{R\,dx\,dt}{ds}$; si avranno

dunque le due equazioni $d\left(\frac{dy}{dt}\right)=\frac{-Rdydt}{ds}-gdt$, e $d\left(\frac{dx}{dt}\right)=\frac{-Rdxdt}{ds}$, che ritornano come ciò deve essere a $d\left(\frac{dy}{dt}\right)=-gdt$, e $d\left(\frac{dx}{dt}\right)=0$, allorchè la resistenza del mezzo è nulla, o allorchè il movimento si esercita nel vuoto.

188. Se s' integrano queste due equazioni, mettendo per R ciò che dà la legge della resistenza relativamente alla densità del mezzo, resistendo alla velocità, la figura, e la densità del mobile, si conoscerà la curva descritta, e tutte le circostanze del moto; ma tal' è la difficoltà di questa integrazione, che dopo Newton, il quale ha aperta la carriera, non vi si è potuto ancora pervenire, che col soccorso delle approssimazioni; metodo per altro sufficiente in molti casi, ma in questo di cui si tratta, ha avuto l' inconveniente di condurre quelli che l' hanno impiegato a de' risultati differentissimi l'uno dall'altro. Se noi vediamo per esempio due soluzioni di questo problema, che han sembrato presso a poco nel medesimo tempo fondate l' una, e l' altra sulla stessa ipotesi di resistenza, dedotte da pruove fatte nelle stesse circostanze; si debbono naturalmente attendere le stesse conseguenze: intanto il risultato di una è, che una palla da 24 portata a 2200 tese sotto un' angolo di 45 gradi, ha dovuto esser lanciata con una velocità iniziale di 1393 piedi, e l' altra con una velocità iniziale di 1950 piedi. Questa differenza è troppo considerevole per non essere l' effetto di un' errore, che non può avere l' origine, che nell' uso del metodo delle approssimazioni. Eleganti che sieno d' altronde queste due soluzioni, noi crediamo per questa sola ragione poterci dispensare di metterle sotto gli occhi de' nostri lettori, e di tenerci a quella del celebre Eulero, inserita nella raccolta

delle memorie dell' Accademia di Berlino per l'anno 1753. Se la sua applicazione alla pratica ci trascina in lunghi calcoli, questo inconveniente è comune colle altre soluzioni: questa quì si distingue sopra tutto, per il poco di arbitrario che l' autore ha posto, per la chiarezza, e l' esattezza, che caratterizzano tutte le sue opere.

189. Sia dunque a il diametro del projetto sferico, D la sua densità, D' quella del fluido in cui si muove; $\frac{D-D'}{D}$ sarà la forza acceleratrice della gravità in questo fluido, che noi la chiameremo k. Prendiamo ancora c, che noi abbiamo già impiegata (p.130.) per esprimere la legge della resistenza dell' aria, e niente cambieremo al valore che li è stato attribuito, perchè 1. sino all' altezza alla quale le bombe si elevano nel tiro de' mortari, che noi abbiamo quì unicamente in veduta, la variazione della densità dell' aria non è assai sensibile per averci riguardo. 2. Il movimento delle bombe non è giammai assai rapido, ammeno che nel primo istante, perchè l' aria in virtù della sua elasticità ne può riempir subito lo spazio vuoto lasciato dal projetto, ciò che dispensa di considerare una più gran pressione sulla parte anteriore di questi projetti, che sulla parte posteriore.

190. Sia intanto la curva CNAMH (fig.35.) quella descritta nell' aria da una bomba: se A è il punto più elevato, e l' orizzontale BAE la tangente a questo punto, CNA sarà la porzione di questa curva che il mobile percorre salendo, ed AMH quella che descrive discendendo. Consideriamo separatamente il suo movimento nell' una, e nell' altra di queste due porzioni, e sia per il ramo discendente, AP un'ascissa qualunque $=x$ presa sull' orizzontale, e PM l' ordinata corrispondente $=y$. Nominiamo v l' altezza dovuta alla velocità della bomba in M; $\frac{v}{c}$ esprimerà la forza ritar-

datrice della resistenza dell' aria allo stesso punto.

191. Decomponendo il movimento secondo la direzione orizzontale AB, e la verticale PM, questo quì sarà primieramente accelerato per la forza acceleratrice della gravità $= k$; in seguito poichè la forza ritardatrice $\frac{v}{c}$ agisce secondo la tang. MT, se noi supponiamo l'elemento Mm della curva $= ds$, ne risulteranno due forze, delle quali una $= \frac{v\,dx}{c\,ds}$ si oppone al movimento orizzontale, e l' altra $= \frac{v\,dy}{c\,ds}$ al movimento verticale; dunque se si ponga l' elemento del tempo $= dt$, in modo che $dt = \frac{ds}{\sqrt{v}}$, questo elemento essendo riguardato come costante, si avrà per li principj di meccanica $\frac{2ddx}{dt^2} = -\frac{vdx}{cds}$, e $\frac{2ddy}{dt^2} = k - \frac{vdy}{cds}$.

Poichè $dt = \frac{ds}{\sqrt{v}}$, si ha $v = \frac{ds^2}{dt^2}$, il che cambia le due equazioni precedenti in queste quì, $\frac{2ddx}{dt^2} = -\frac{dxds}{cdt^2}$, e $\frac{2ddy}{dt^2} = k - \frac{dyds}{cdt^2}$. Supponiamo $dy = pdx$, essendo p la tangente dell'angolo PTM, che la direzione del moto fa coll' orizzonte, a cagione di $ds = dx\sqrt{(1+p^2)}$, e $ddy = dpdx + pddx$, le stesse equazioni si cambieranno in $\frac{2ddx}{dt^2} = -\frac{dx^2\sqrt{(1+p^2)}}{cdt^2}$, e $\frac{2pddx}{dt^2} + \frac{2dxdp}{dt^2} = k - \frac{pdx^2\sqrt{(1+p^2)}}{cdt^2}$. La prima moltiplicata per p, e tolta dalla seconda, dà $\frac{2dxdp}{cdt^2} = k$, o $kdt^2 = 2dxdp$.

La prima dà ancora $\frac{-2ddx}{dx^2} = \frac{\sqrt{(1+p^2)}}{c}$; si ha dunque in fine $v = \frac{dx^2(1+p^2)}{dt^2} = \frac{kdx(1+p^2)}{2dp}$.

192. Poichè $2pdt = \frac{kdt^2}{dx}$, l' equazione $\frac{-2ddx}{dx^2} = \frac{\sqrt{(1+p^2)}}{c}$ moltiplicata per $2dp$ dà $\frac{-2kdt^2 ddx}{dx^3} = \frac{2dp\sqrt{(1+p^2)}}{c}$, di cui l' integrale a causa della costante dt, è $\frac{kdt^2}{dx^2} = \frac{2dp}{dx} = 2C + \frac{2}{c}\int dp\sqrt{(1+p^2)}$,

da cui si tira $dx = \frac{dp}{C + \frac{1}{c}\int dp\sqrt{(1+p^2)}}$

$$dy = \frac{pdp}{C + \frac{1}{c}\int dp\sqrt{(1+p^2)}}$$

$$ds = dx\sqrt{(1+p^2)} = \frac{dp\sqrt{(1+p^2)}}{C + \frac{1}{c}\int dp\sqrt{(1+p^2)}}$$

$$dt = \frac{\sqrt{2dxdp}}{\sqrt{k}} = \frac{dp}{\sqrt{\frac{1}{2}k}\sqrt{\left(C + \frac{1}{c}\int dp\sqrt{(1+p^2)}\right)}}$$

ed $v = \frac{ds^2}{dt^2} = \frac{\frac{1}{2}k(1+p^2)}{C + \frac{1}{c}\int dp\sqrt{(1+p^2)}}$

193. La formola integrale $\int dp\sqrt{(1+p^2)}$, che entra in questa espressione, è evidentemente un'arco parabolico; esso può essere espresso per logaritmi, poichè $\int dp\sqrt{(1+p^2)} = \frac{1}{2}p\sqrt{(1+p^2)} + \frac{1}{2}l(p + \sqrt{(1+p^2)})$, l' integrale essendo preso di maniera che sia zero, quando $p=0$, cioè alla

sommità della curva. Se dunque per un punto qualunque della curva si conosce l'angolo, che la direzione del moto fa coll'orizzonte, e di cui la tangente $=p$, si potrà determinare l'ascissa $AP=x$, l'ordinata $PM=y$, l'arco $AM=s$, l'altezza v dovuta alla velocità, ed il tempo t impiegato a percorrere l'arco AM.

194. Riguardo alla costante C introdotta per l'integrazione, si potrà rappresentare per $\frac{n}{c}$, disegnando n un numero astratto. Supponiamo in seguito per più di semplicità $\int dp\sqrt{(1+p^2)}=P$, si avranno per il ramo discendente AMH le formole seguenti $x=c\int\frac{dp}{n+P}$, $y=c\int\frac{p\,dp}{n+P}$, $s=c\int\frac{dp\sqrt{(1+p^2)}}{n+P}$

$t=\frac{\sqrt{2c}}{\sqrt{k}}\int\frac{dp}{\sqrt{(n+P)}}$, ed $v=\frac{\frac{1}{2}kc(1+p^2)}{n+P}$. Questi integrali debbono esser presi di maniera, che essi evaniscono nel caso di $p=0$, d'ove si vede, che l'altezza dovuta alla velocità alla sommità A $=\frac{kc}{2n}$.

195. Le stesse formole possono anoora servire per il ramo ascendente ANC, prendendosi il valore di p negativo, così per un punto qualunque N di questo ramo si avrà $AQ=c\int\frac{dP}{n-P}$; $QN=c\int\frac{pdp}{n-P}$, $AN=\frac{dp\sqrt{(1+p^2)}}{n-P}$; il tempo per l'arco AN $=\frac{\sqrt{2c}}{\sqrt{k}}\int\frac{dp}{\sqrt{(n-P)}}$, e l'altezza dovuta alla velocità in N $=\frac{\frac{1}{2}kc(1+p^2)}{n-P}$. Per cui si vede, che nel ramo ascendente ANC l'inclinazione delle sue tangenti

non può andare sino a rendere $P > n$, e che ove $P = n$ la velocità del mobile sarebbe infinita.

196. Il movimento della bomba, e la curva ch' essa descrive dipende dunque dalle tre costanti k, c, ed n, di cui le due prime sono facili a conoscere. Si può ancora, nel caso di cui si tratta de' projetti di artiglieria lanciati nell'aria, mettere 1 in luogo di k, perchè nel suo valore $\frac{D - D'}{D}$ (p. 189) la quantità D' che esprime la densità dell'aria, può trascurarsi a fronte di D, ch'è la densità del projetto. Riguardo alla terza costante n, che dipende dalla velocità impressa al projetto, come essa entra in tutte le nostre formole, bisogna necessariamente calcolarla separatamente per ciascun valore di n.

197. Per avere il raggio della sviluppata di questa curva, di cui la formola generale è $\frac{ds^3}{-dxddy}$, si osserverà che $ds = c\int \frac{dp\sqrt{(1+p^2)}}{n \pm P}$, $dy = pdx$, e $\frac{dx}{dp} = \frac{c}{n+P}$; questi valori essendo sostituiti nella formola, si troverà, che il raggio di curvatura è $\frac{c(1+p^2)\sqrt{(1+p^2)}}{n+P}$ per un punto qualunque M del ramo discendente, e $\frac{c(1+p^2)\sqrt{(1+p^2)}}{n-P}$ per il ramo ascendente, nel quale alla parte ove $P = n$, è per conseguenza la velocità infinita (p. 195.), il raggio di curvatura diviene ancora infinitamente grande. Egli è dunque evidente, che ai punti de' due rami, ove le tangenti sono ugualmente inclinate all'orizzonte, li raggi di curvatura, non che le altre quantità x, y, s, t, ed v sono più grandi nel ramo ascendente, che nel discendente.

198. Siegue da ciò, che nel mezzo resistente li due rami della trajettoria sono dissimili, quello della discesa è più curvo di quello della salita, il moto per questo quì è più rapido, che per l' altro, invece che nel vuoto è tutto uguale e simile da una parte, e dall' altra, e ad uguali distanze dalla sommità; ciò che si può d' altronde facilmente dedurre dalle formole precedenti, mentre pel movimento nel vuoto la quantità c diviene infinita, ugualmente che il numero n, poichè $\frac{kc}{2n}$ indicando l' altezza dovuta alla velocità alla sommità A, deve essere una quantità finita. Dunque P sparisce a fronte di n, e come si ha $k=1$, se si fa $\frac{c}{2n}=b$ si avrà per il vuoto $x=2bp$, $y=bp^2$, $s=2b\int dp\sqrt{(1+p^2)}$; $t=2p\sqrt{b}$, $v=b(1+p^2)$, ed il raggio di curvatura $=2b(1+p^2)^{\frac{3}{2}}$, ciò che corrisponde alla parabola.

199. Un' altra proprietà che si scopre nella trajettoria descritta in un mezzo resistente è, che ha due asintoti, uno verticale dalla parte del ramo discendente, ed un'altro inclinato per il ramo ascendente; l' angolo che questo quì fa coll' orizzonte è tale, che facendosi la tangente $=p$, si avrà $P=n$, o $n=\frac{1}{2}p\sqrt{(1+p^2)}+\frac{1}{2}l(p+\sqrt{(1+p^2)})$,

in modo che il numero n è suscettibile di una infinità di valori dipendenti dalla tangente p dell'angolo che forma coll' orizzonte l' asintoto del ramo ascendente. Ciascuno di questi valori costituiscono una specie particolare di trajettoria, d' ove si vede, che per far uso delle nostre formole, e conoscere tutte le specie di curve che un mobile può descrivere in un mezzo resistente, non si può dispensare di avere una tavola, che indichi tutti li

valori di P dedotti da quelli di p. Per calcolare questa tavola si osserverà, che p essendo la tangente dell' inclinazione della curva riguardo all' orizzonte, si avrà, facendosi quest' angolo $= I$,

$p = \text{tang. } I$, $\sqrt{(1 + p^2)} = \text{sec. } I$, e $P = \frac{1}{2} \text{tang. } I \text{ sec. } I + \frac{1}{2} l(\text{tang. } I + \text{sec. } I) =$ (p. 16.) $\frac{1}{2} \text{tang. } I \text{ sec. } I + \frac{1}{2} l \text{ tang. } (45^\circ + \frac{1}{2} I)$, ove bisogna prendere i logaritmi iperbolici, moltiplicando li logaritmi ordinarj per 2,302585509. Questa tavola per esser completa, ed applicabile a tutti gli angoli di projezione, deve esser calcolata per tutti li gradi del quarto di cerchio. Essa converrebbe ancora, se si volesse applicare al tiro del cannone, che fosse pure per li minuti de' primi gradi. Quella che noi daremo quì appresso, non sarà relativa che al getto delle bombe.

200. Ciascuno de' valori di P preso per valore del numero n, disegnerà una specie particolare di trajettoria; e quantunque ne possa avere una infinità, basterà per la pratica di fissarne un certo numero relativamente alla specie de' projetti. Il Sig. Eulero limita questo numero a diciotto, considerando l' inclinazione dell' asintoto come crescente da 5 in 5 gradi a contare da zero; ma questo non è che un' esempio ch' egli propone: noi vedremo, che per il getto delle bombe ch' è quì il nostro principale oggetto, queste specie devono essere più ravvicinate, e che quelle le quali corrispondono a tutti li valori di P dedotti dall' angolo al di sotto di 55 gradi, a noi sono inutili.

201. Ritorniamo intanto alle nostre formole, e vediamo come esse possono servire a far conoscere la figura della curva descritta dal projetto: quelle che si son trovate per x, y, e t non sono affatto integrabili; ma noi rifletteremo, che l'arco AM=S

può essere espresso per logaritmo, poichè essendo $dp\sqrt{(1+p^2)}=dP$, si avrà pel (p. 195) $S = \times c\int\frac{dP}{n+P} = c\,l\,\frac{n+P}{n}$, ove non vi è costante d'aggiungere, poichè alla sommità A, ove $S=0$, si ha pure $P=0$. Ecco già una formola facile a calcolare, la quale ci condurrà ad una costruzione molto semplice della curva. Non vi è altro che supporla divisa in un grandissimo numero di parti, perchè all'estremità di ciascuna di esse, la differenza d'inclinazione sia picciolissima.

Sia Mm una di queste porzioni; sia la tangente d'inclinazione in $M=p$, ed in $m=q$. Sia ancora $\int dq\sqrt{(1+q^2)}=Q$, per avere $Am=c\,l\,\frac{n+Q}{n}$, come si ha $AM=c\,l\,\frac{n+P}{n}$; la porzione Mm sarà dunque $=c\,l\,\frac{n+Q}{n}-c\,l\,\frac{n+P}{n}=c\,l\,\frac{n+Q}{n+P}$. Se si prende in seguito una media tra le inclinazioni in M, ed m, la quale sia $=i$, si avrà per la porzione Pp dell'ascissa, che corrisponde a quest' arco, c cos. $i\,l\,\frac{n+Q}{n+P}$, e per la porzione $Pm-PM$ dell'ordinata, c sen. $i\,l\,\frac{n+Q}{n+P}$. Infine riducendo le somme successive di tutte queste porzioni a cominciare dalla sommità A, ove l'inclinazione è zero, si avranno le ascisse, e le ordinate corrispondenti per ciascun punto M del ramo discendente. Si avranno ugualmente le coordinate per ciascun punto N del ramo ascendente, cambiandosi li segni delle quantità P, e Q, e con questo mezzo la figura della curva è determinata.

202. Riguardo al moto del projetto, poichè l'altezza dovuta alla sua velocità in M è$=\frac{\frac{1}{2}kc(1+p^2)}{n+P}$,

la velocità in m verrà dalla caduta di un'altezza $= \frac{\frac{1}{2}kc(1+q^2)}{n+Q}$; prendendo dunque una media tra le velocità risultanti di queste due formole, che sia $= \sqrt{u}$, il tempo impiegato a percorrere l'arco Mm, sarà $\frac{Mm}{\sqrt{u}}$, o ancora prendendosi un medio h tra li due valori $\frac{\sqrt{(1+p^2)}}{n+P}$, e $\frac{\sqrt{(1+q^2)}}{n+Q}$, si avrà $\sqrt{u} = h\sqrt{\frac{1}{2}kc}$, ed il tempo per l'arco Mm sarà $= \frac{\sqrt{2c}}{\sqrt{k}} \cdot \frac{1}{h}\, l\, \frac{n+Q}{n+P}$.

Per aver questo tempo espresso in secondi, sia g l'altezza della caduta durante un secondo, il numero de' secondi sarà $\frac{\sqrt{c}}{\sqrt{2kg}} \cdot \frac{1}{h}\, l\, \frac{n+Q}{n+P}$. Si potranno ancora esprimere le velocità per lo spazio, ch'esse farebbero percorrere in un secondo; la velocità in M sarà $= \sqrt{2kcg} \times \frac{\sqrt{(1+p^2)}}{\sqrt{(n+P)}}$, ed in N $\sqrt{2kcg}\, \frac{\sqrt{(1+p^2)}}{\sqrt{(n-P)}}$.

203. Alli logaritmi iperbolici impiegati nelle formole, si possono sostituire li logaritmi ordinarj moltiplicandosi questi quì per 2,302585o9, di cui il logaritmo comune è 0,3622156; in modo che col mezzo di questi logaritmi conosciuti, un arco qualunque Mm del ramo discendente sarà 2,302585 $\times\, a\, l\, \frac{n+Q}{n+P}$, e questo coefficiente converrà ancora alle ascisse, ed alle ordinate.

La velocità in M sarà espressa per spazio $\sqrt{2kcg} \cdot \frac{\sqrt{(1+p^2)}}{\sqrt{(n+P)}}$ che li fa percorrere in un secondo, ed il

tempo per l' arco Mm sarà $\frac{2.302585\sqrt{c}}{\sqrt{2k_3}} \cdot \frac{1}{h} l \frac{n+Q}{n+P}$ secondi. Queste espressioni convengono ugualmente a ciaschedun punto N del ramo ascendente, bastando di marcare le quantità P, e Q col segno — invece di +.

204. E' facile ancora di vedere, che la forma della curva dipende essenzialmente dal valore del numero n, ciò è, che questo numero ne caratterizza le differenti specie, e che le curve risultanti dal medesimo valore di n, sono tutte simili tra loro, qualunque sieno li diversi valori delle quantità k, e c, che non entrano nel calcolo, che per determinare la grandezza della curva, senza influire sulla sua specie. Quanto a quelle di queste specie, che noi abbiamo da considerare pel tiro de' mortari, l'esperienza c' insegna, che esse non cominciano che dal valore di P dedotto dall' angolo di 55 gradi, e che esse sono molto riavvicinate, se li valori del numero n son presi di due in due gradi dopo 55°, sino a 77, ciò che fa 12 specie indicate nella tavola seguente.

TAVOLA XI.

De' valori di n, per le dodici specie di trajettorie, relative al getto delle bombe.

Specie	Angolo OLB	Valori del numero n.	Specie	Angolo OLB	Valori del numero n.
1	55°	1,8220670	7	67°	3,8108337
2	57	2,0219938	8	69	4,4774405
3	59	2,2569691	9	71	5,3540748
4	61	2,5367755	10	73	6,5440495
5	63	2.8749043	11	75	8,2235643
6	65	3,2903953	12	77	10,7136570

205. Un' altra tavola che ci bisogna per il calcolo delle nostre formole, è quella di cui si è fatta menzione al p. 196., e donde la precedente è stata tirata. Noi ci contenteremo di dare li valori di P di cinque in cinque gradi, il che sarà facile conchiudere per interpolazione ciò che conviene agli angoli intermedj. Questa tavola sussidiaria indica nelle prima colonna gli angoli I; nella seconda li valori di p, o tang. I, nella terza li valori di $p\sqrt{(1+p^2)}$, o tan. I sec. I; nella quarta quelli di $l(p+\sqrt{(1+p^2)}) = l$ tang. $(45° + \frac{1}{2} I)$; in fine nella quinta li valori di $P = \frac{1}{2} p\sqrt{(1+p^2)} + \frac{1}{2} l(p+\sqrt{(1+p^2)})$.

TAVOLA XII.

De' valori della quantità P.

Angoli I.	p = tang. I.	tang. I sec. I.	l tang. $(45^\circ + \frac{1}{2} I)$.	P
0°				
5	0,0874887	0,0878229	0,0873773	0.0876001
10	0,1763270	0,1790471	0,1754259	0,1772365
15	0,2679492	0,2774014	0,2648421	0,2711218
20	0,3639702	0,3873290	0,3563784	0,3718537
25	0,4663077	0,5145136	0,4508752	0,4826944
30	0,5773503	0,6666666	0,5493059	0,6079863
35	0,7002075	0,8547958	0,6528363	0,7538161
40	0,8390996	1,0953666	0,7629093	0,9291380
45	1.0000000	1,4142136	0,8813732	1,1477934
50	1,1917536	1,8540400	1,0106827	1,4323614
55	1,4281480	2,4899000	1,1542341	1,8220670
60	1,7320508	3,4641020	1,3165572	0,3903296
65	2,1445069	5,0743371	1,5064535	3,2903953
70	2,7474774	8,0330855	1,7354146	4,8842500
75	3,7320508	14,4195400	2,0275887	8,2235643
80	5,6712818	32,6596153	2,4362452	17,5479302

206. Coll'ajuto di queste due ultime tavole, sarà facile di calcolare le nostre formole, e di trovare li valori di s, x, y, $\sqrt{v}$, e t per ciascuna specie di trajettoria, e per tutti gli angoli, che la direzione del moto fa coll'orizzontale. Se si prendono questi angoli di cinque in cinque gradi, l'approssimazione sarà sufficientemente esatta per la pratica: si supporrà dunque la curva divisa in parti tali, che la differenza d'inclinazione delle tangenti tirate alle due estremità di ciascuna porzione Nn del ramo ascendente, o Mm del ramo discendente, sia di cinque gradi, in modo che a contare dalla sommità A, gli angoli d'inclinazione alle due estremità della prima saranno 0, e 5 gradi; per la seconda porzione saranno di 5, e 10 gradi, per la terza di 10, e 15 gradi, e così di seguito. Nella prima porzione si avrà i di 2° 30'; nella seconda di 7° 30', nella terza di 12° 30, ec. Ciò posto noi andiamo a dare qualche esempio del calcolo delle formole, applicandolo alla prima specie di trajettoria, nella quale $n = 1,8220670$.

Calcolo della formola $c\,l\,\frac{n+Q}{n+P}$, *che dà gli archi* AN, AM.

Ramo ascendente.

Ang.	$n-P$	$l\,(n-P)$	$l\,\frac{n-Q}{n-P}$	S
0	1,8220670	0,2605644	0,0000000	0,0000000
5	1,7344669	0,2391660	0,0213984	0,0213984
10	1,6448305	0,2161211	0,0230449	0,0444433
15	1,5509452	0,1905865	0,0255346	0,0699779
	ec.	ec.	ec.	ec.

Ramo discendènte

	$n+P$	$l\,(n+P)$	$l\,\frac{n+Q}{n+P}$	S
0	1,8220670	0,2605644	0,0000000	0,0000000
5	1,9096671	0,2809577	0,0203933	0,0203933
10	1,9992035	0,3008787	0,0199210	0,0403143
15	2,0931888	0,3208084	0,0199297	0,0602440
	ec.	ec.	ec.	ec.

Moltiplicando questi valori di s per c, e per 2,302585, a causa de' logaritmi iperbolici impiegati nelle formole, si avrà la lunghezza reale degli **archi AN, AM.**

Calcolo delle formole $c \cos. i\, l \frac{n \mp Q}{n + P}$, *e* c *sen.* i $l \frac{n \mp Q}{n + P}$, *che dunno le porzioni delle ascisse, e delle ordinate .*

Ramo ascendente .

Ang. I	$l\left(l \frac{n-Q}{n-P}\right)$		log. delle porz. d'ascisse		log. delle porz d'ord.
0°	0,0000000		0,0000000		0,0000000
5	8,3303814	aggiun.	8,3299679	aggiun.	6,9700610
10	8,3625937	1° l cos. i	8,3588623	2° l sen. i	7,4782914
15	8,4071290		8,3967105		7,7424658

	porz. di ascisse	ascis. AQ	porz. di ordinate.	ord. NQ.
0	0,0000000	0,0000000	0,0000000	0,0000000
5	0,0213780	0,0213780	0,0009334	0,0009334
10	0,0228487	0,0442267	0,0030081	0,0039415
15	0,0249293	0,0692560	0,0055267	0,0094682

Ramo discendente .

	$l\left(l \frac{n+Q}{n+P}\right)$		log. delle porz. d'ascisse		log. delle porz. d'ord.
0	0,0000000		0,0000000		0,0000000
5	8,3094875	aggiunt.	8,3090740	aggiunt.	6,9491671
10	8,2993111	1° l cos. i	8,2965797	2° l sen. i	7,4150088
15	8,2995008		8,2890823		7,6348376

Ang. I	porz. di ascisse	ascissa AP	porz. di ordin.	ordinata PM
0	0,0000000	0,0000000	0,0000000	0,0000000
5	0,0203739	0,0203739	0,0008895	0,0008895
10	0,0197961	0,0401700	0,0026002	0,0034897
15	0,0194677	0,0596377	0,0043136	0,0078033

Si moltiplicheranno ugualmente le ascisse, ed ordinate per 2,302585c per avere i loro valori reali.

Calcolo della formolà $\sqrt{2kcg}\,\frac{\sqrt{(1+p^2)}}{\sqrt{(n\mp P)}}$, *che dà la velocità.*

Ramo ascendente.

	$l\sqrt{(n-P)}$	$l\sqrt{(1+p^2)}$	$l\frac{\sqrt{(1+p^2)}}{\sqrt{(n-P)}}$	di cui li numeri
0	0,1302822	0,0000000	9,8697178	0,74083
5	0,1195830	0,0016558	9,8820728	0,76221
10	0,1080605	0,0066485	9,8985880	0,79175
15	0,0952932	0,0150562	9,9197630	0,83131

Ramo discendente.

	$l\sqrt{(n+P)}$	$l\sqrt{(1+p^2)}$	$l\frac{\sqrt{(1+p^2)}}{\sqrt{(n+P)}}$	di cui li numeri
0	0,1302822	0,0000000	9,8697178	0,74083
5	0,1404788	0,0016558	9,8611770	0,72640
10	0,1504393	0,0066485	9,8562092	0,72227
15	0,1604042	0,0150562	9,8546520	0,71685

Quest' ultimi numeri essendo moltiplicati per $\sqrt{2kcg}$, si avranno le velocità del projetto a ciascun punto M, ed N della curva.

Calcolo della formola $\frac{2{,}302585\sqrt{c}}{\sqrt{2kg}} \times \frac{1}{h}\, l\, \frac{n \mp Q}{n \mp P}$, *che dà il tempo impiegato a percorrere ciascuna porzione* N n, *ed* M m *della curva*.

Si prenderà il log. di h medio tra le velocità del mobile alle due estremità di ciascun' arco Nn, ed Mm.

Ramo ascendente.

Ang. I	h	$l\,h$	$l\left(l\,\frac{n-Q}{n-P}\right)$	$l\left(\frac{1}{h}\,l\,\frac{n-Q}{n-P}\right)$
0	0,00000	0,0000000	0,0000000	0,0000000
5	0,75152	9,8759405	8,3303814	8,4514409
10	0,77698	9,8904098	8,3625937	8,4721839
15	0,81153	9,9093046	8,4071290	8,4978244

Ang.	$\frac{1}{h}\,l\,\frac{n-Q}{n-P}$			
0	0, 0000000	per il tempo per Nn	0, 0000000	per il tempo per AN
5	0, 0284735		0, 0284735	
10	0, 0296609		0, 0581344	
15	0, 0314658		0, 0896002	

Ramo discendente.

	h	lh	$l\left(l\frac{n+Q}{n+P}\right)$	$l\left(\frac{1}{h}\,l\frac{n+Q}{n+P}\right)$
0	0,00000	0,0000000	0,0000000	0,0000000
5	0,73361	9,8654652	8,3094875	8,4440223
10	0,72433	9,8599365	8,2993111	8,4393746
15	0,71956	9,8570670	8,2995008	8,4424338

Ang. I	$\frac{1}{h}\,l\frac{n+Q}{n+P}$			
0	0,0000000	per il tempo per M m	0,0000000	per il tempo per AM
5	0,0277986		0,0277986	
10	0,0275027		0,0553013	
15	0,0276971		0,0829984	

Gli ultimi numeri essendo moltiplicati per $\frac{2,302585\sqrt{c}}{\sqrt{2kg}}$, si avrà il tempo impiegato a percorrere ciascun' arco AN, ed AM.

Continuandosi dunque questo calcolo, noi abbiam completato ciò che concerne alla prima specie di trajettoria: quì in appresso ne diamo la tavola, per servire di modello al calcolo delle altre specie, che invitiamo i nostri lettori a farlo; essi si rifiuteranno altrettanto di meno a questo utile travaglio, quanto più saranno sicuri di trovare ne' risultati delle risposte soddisfacenti a tutte le quisbioni, che si possono proporre sul getto delle tombe.

Questa tavola, ciascuna casetta, eccettuate quelle delle velocità, racchiude due numeri, de' quali l' inferiore è immediatamente dato dal calcolo della parte variabile delle nostre formole, che aggiun-

gendolo successivamente al numero superiore corrispondente, si ha il numero superiore della casa seguente, che in ciascuna colonna ha per coefficiente, o fattore comune il numero, che è in testa di questa colonna. Così per esempio nella tavola seguente il prodotto $2,302585c \times 0,3652789$ esprime per il ramo ascendente il valore dell' ascissa, che corrisponde all' inclinazione di 45 gradi, e la velocità per quest' angolo di projezione è $\sqrt{2kcg} \times 1,72225$.

207. Se si vuol costruire una di queste trajettorie per conoscerne la forma, basterà impiegare li numeri superiori delle case della terza, e quarta colonna, che indicano i valori delle ascisse, e delle ordinate; la traccia di questa figura facilissima ad eseguirsi, avrà di più il vantaggio di far conoscere l' ascissa corrispondente ad una ordinata qualunque data, e supplire al calcolo delle interpolazioni, che non lascia di esser complicato. La fig. 35. rappresenta la trajettoria della terza specie: essa è costruita su di una scala tale, che se si divide per 8 il numero de' pollici di ciascuna dimensione della figura, e che si moltiplichi il quoziente per $2.302585c$, si avrà la dimensione reale in piedi. Si potrà ancora sul medesimo asse costruire la curva della velocità, e quella de' tempi, ma queste non sarebbero di una grande utilità per la pratica.

TAVOLA XIII.

208. *Della prima specie di trajettoria delle bombe .*

Ramo ascendente .

Inc. in N	Asc. AN / 2,302585. c	Asc. AQ / 2,302585. c	Ord. QN / 2,302585. c	Velocità in N / $\sqrt{2kcg}$	Tem. per AN / $\frac{2,302585 \sqrt{c}}{\sqrt{2kg}}$
0°	0,000000 21398	0,000000 21378	0,000000 933	0,74083	0,000000 28473
5	0,021398 23045	0,021378 22848	0,000933 3008	0,76221	0,028473 29659
10	0,044443 25535	0,044226 24929	0,003941 5527	0,79125	0,058132 31465
15	0,069978 29165	0,069155 27815	0,009468 8770	0,83133	0,089597 34011
20	0,099143 3453	0,096970 31902	0,018238 13214	0,88369	0,123608 37593
25	0,133674 42654	0,128872 37834	0,031452 19695	0,95340	0,161201 42625
30	0,176328 55574	0,166706 46871	0,051147 29861	1,04796	0,203826 49863
35	0,231902 77856	0,213577 61768	0,081008 47396	1,18113	0,253689 60764
40	0,309758 121981	0,275345 89934	0,128404 82409	1,38146	0,314453 78604
45	0,431739 238100	0,365279 160858	0,210813 175545	1,72225	0,393057 112995
50	0,669839	0,526137	0,386358	2,49209	0,506052

Seguito della TAV. XIII.

Ramo discendente .

Incl. in M	ArcoAM 2,302585. c	Ase.AP 2,302585. c	Ord.PM 2,302585. c	Velocità in M $\sqrt{2kcg}$	Tem. per AM $\frac{2.302585.\sqrt{c}}{\sqrt{2kg}}$
0°	0,000000 20393	0.000000 20374	0,000000 890	0,74083	0,000000 27799
5	0,020393 19921	0,020374 19796	0,000890 2600	0,72640	0.027799 27581
10	0,040314 19930	0,040170 19457	0,003490 4314	0,71814	0,055380 27802
15	0,060244 20413	0,059627 19468	0,007804 6138	0,71557	0,083182 28469
20	0.080657 21405	0,079095 19775	0,013942 8191	0,71846	0,111651 29621
25	0,102062 22990	0,098870 20393	0,022133 10616	0,72679	0,141272 31331
30	0,125052 25310	0,119263 21347	0,032749 13599	0,74073	0,172603 33717
35	0,150362 28597	0,140610 22687	0,046348 17409	0,76063	0,206320 36955
40	0,178959 33213	0,163297 24487	0,063757 22438	0,78702	0,243275 41319
45	0,212172 39739	0,187784 26847	0,086195 29298	0,82063	0.284594 47224

Continuazione della TAV. XIII.

50	0,251911 49120	0,214631 29902	0,115493 38969	0,86237	0,331818 55325
55	0,301031 62935	0,244533 33815	0,154462 53079	0,91330	0,387143 66677
60	0,363966 84101	0,278348 38833	0,207541 74598	0,97446	0,453820 83229
65	0,448067 117854	0,317181 45101	0,282139 108883	1,04649	0,537049 108345
70	0,565921	0,362282	0,391022	1,12903	0,645394 *a*

---

a Esaminandosi in questa tavola la colonna delle velocità del ramo discendente, si vede che arrivato alla sommità della curva, il projetto non ancora è giunto alla sua più piccola velocità, e che si perviene a questa minima velocità, dopo essersi percorso un certo spazio discendendo. La causa di questa singolare proprietà, non può essere attribuita, che alla resistenza dell' aria, poichè nel vuoto ciò è alla sommità della curva allora parabolica, che la velocità del mobile è la più piccola: in effetto, allorchè nell' aria essa arriva a questa sommità ove la sua direzione è orizzontale, la velocità può ancora esser diminuita per la resistenza del fluido, senza il concorso del peso, giacchè ne' primi istanti sebbene siegue l' azione del peso, questa è minore di quella della resistenza dell' aria, e per conseguenza per questa causa la velocità seguita a decrescere, e non pervie-

ii

209. Per far uso di questa tavola, bisogna conoscere li valori delle quantità, che sono in testa di ciascheduna colonna, relativamente alle differenti specie di bombe: si troveranno nella tavola seguente, nella quale si è supposto $k=1$.

---

ne alla sua minima, che ad una certa distanza dalla sommità della trajettoria, ove si ha $p=\frac{1}{2n}-\frac{1}{16n^3}$ presso a poco.

Lo stesso succede ancora, e per la stessa ragione per il raggio di curvatura: non è alla sommità ch' è il più piccolo, ma nel ramo discendente al punto ove $p=\frac{1}{3n}$. Da ciò si vede chiaramente che si ha una specie di trajettoria, ove il punto della minor velocità, e quello della più gran curvatura possono coincidere; che in quelle che hanno n più piccola, il primo è più vicino alla sommità della curva di quello che lo è del secondo, ed al contrario quando n è più grande, il che arriva nella dodicesima specie, che noi consideriamo per il getto delle bombe; ma basta di aver rimarcata questa proprietà, la quale non è, che un' oggetto di curiosità, senza utilità per la pratica.

TAVOLA XIV.

SPECIE di bombe.	Log. di $2,302585 . c$	Log. di $\sqrt{2cg}$	Log. di $2,302585 \sqrt{\frac{c}{2g}}$
I.			
Da 12 pol Peso 182 1/2	4,3674986	2,7326449	1,6148536
Da 12 pol Peso 180	4,3417463	2,7297688	1,6119775
Da 12 pol Peso 175	4,3112892	2,7145402	1,5967489
Da 12 pol Peso 150	4,2565651	2,6871782	1,5693868
da 10.	4,2352880	2,6765396	1,5587483
da 8	4,0517819	2,5847866	1,4669953

210. Ciò posto, se vi è quistione di conoscere tutte le circostanze del movimento di una bomba projettata sotto un' angolo dato, per esempio sotto l' angolo di 45 gradi, ch' è il più usitato, e che si tratti della prima specie di trajettoria da percorrersi da una bomba da 12 pollici, pesante 180 libbre; si vede immediatamente, che bisogna imprimere alla bomba una velocità iniziale espressa per $1,72225 \times \sqrt{2cg} = 924,41$ piedi; il che si trova facilmente aggiungendo il logaritmo di 1,72225 con quello di $\sqrt{2cg}$ dato nell' ultima tavola.

La porzione dell' ampiezza orizzontale, che corrisponde al ramo ascendente, è $0,365279 \times 2,302585 . c = 8023,6$ piedi, o tese 1337,26.

Il tempo impiegato a percorrere il ramo ascendente sino alla sommità della curva è $0,393057 \times \frac{2,302585 \sqrt{c}}{\sqrt{2g}} = 16'', 085$.

Infine la più grande altezza del getto è $0,210813 \times 2,302585 . c = 4630,7$ piedi, o tese 771,62.

Riguardo al ramo discendente, se la projezione si fa sopra un terreno orizzontale, esso deve avere la medesima altezza, o la stessa ordinata 0,210813 del ramo ascendente; si cercherà dunque nella tavola di questo ramo discendente l'ascissa che corrisponde all'ordinata 0,210813; si vede che essa è tra gli angoli di 60, e 65 gradi, e si troverà per il metodo delle interpolazioni, che questa ascissa è 0,280666, e corrisponde ad un'angolo di 60° 15'; che la velocità al punto della caduta è rappresentata per 0,97480, ed il tempo impiegato a percorrere il ramo discendente vien'espresso da 0,457814. Questi numeri essendo moltiplicati per i loro rispettivi coefficienti, si avrà 6152,6 piedi = tese 1025,43 per la parte dell'ampiezza del ramo discendente; 523,22 piedi per la velocità finale, e 18'', 835 per il tempo della discesa.

Riassumendo, si potrà conchiudere, che una bomba da 12 pollici pesante 180 libbre, percorrerà una trajettoria della prima specie, se essa è projettata sotto un'angolo di 45 gradi, con una velocità iniziale di 924,41 piedi.

La portata orizzontale sarà di 2362,7 tese.
La più grande altezza del getto sarà di 771,8 tes.
Il tempo del corso di 34'', 82,
La velocità finale di piedi 523,22.
E l'angolo di caduta di 60° 15' (*a*).

(a) *Delle interpolazioni.*

Il metodo delle interpolazioni è di una sì grande utilità nelle ricerche fisico-matematiche, che li nostri lettori senza dubbio incontreranno tutto il piacere nel riconoscerlo. Ecco in che consiste:

Se si hanno due serie $\begin{matrix} m, n, p, q, r, ec. \\ a, b, c, d, e, ec. \end{matrix}$ delle quali i loro termini si corrispondono secondo una legge

221. **Applicandosi il calcolo alle altre specie di trajettorie, e per ciascuna specie di bombe, le**

---

conosciuta, ed x sia una quantità data tra due termini qualunque di una di queste serie; si tratta di trovare nell'altra il valore della quantità y corrispondente. Si avrà questo valore con altrettanto più di precisione, quando s'impiegherà per determinarlo un più gran numero di termini in ciascuna serie, ciò che dà luogo a differenti formole.

Se si prendono due soli termini, si supporrà ch'essi son formati secondo una legge, che dà $y=f+gx$; se si prendono tre, si supporrà $y=f+gx+hx^2$; per quattro $y=f+gx+hx^2+kx^3$, e così degli altri. Se x era un termine della prima serie, egli è evidente che y sarà il termine corrispondente della seconda; supponendo dunque x successivamente uguale a ciascun termine impiegato della serie che lo racchiude, si avranno altrettante equazioni, che y ha di questi termini impiegati, e con questo mezzo si troveranno i valori delle indeterminate f, g, h, ec.

Sia dunque nel caso di due termini $x=m$, $x=n$; si avranno le due equazioni $f+gm=a$; $f+gn=b$, che servono a determinare f e g.

Nel caso di tre termini, supponiamo $x=m$, $x=n$, $x=p$; si avranno le tre equazioni $f+gm+hm^2=a$; $f+gn+hn^2=b$, $f+gp+hp^2=c$, per le quali si determineranno f, g, h.

Operandosi dell'istessa maniera per gli altri casi si avrà

stesse procedure hanno dato li risultati rapportati nella tavola seguente, che è limitata alle trajetto-

---

Per la prima $y = a - \left\{\begin{matrix} +a \\ -b \end{matrix}\right\} \frac{x-m}{n-m}$

Per la seconda $y = a - \left\{\begin{matrix} +a \\ -b \end{matrix}\right\} \frac{x-m}{n-m} + \left\{\begin{matrix} +a(p-n) \\ -b(p-m) \\ +c(n-m) \end{matrix}\right\} \frac{(x-m)\,(x-n)}{(n-m)\,(p-m)\,(p-n)}$,

Per la terza $y = a - \left\{\begin{matrix} +a \\ -b \end{matrix}\right\} \frac{x-m}{n-m} + \left\{\begin{matrix} +a(p-n) \\ -b(p-m) \\ +c(n-m) \end{matrix}\right\} \times \frac{(x-m)\,(x-n)}{(n-m)\,(p-m)\,(p-n)} - \left\{\begin{matrix} +a(p-n)\,(q-n)\,(q-p) \\ -b(p-m)\,(q-m)\,(q-p) \\ +c(n-m)\,(q-m)\,(q-n) \\ -d(n-m)\,(p-m)\,(p-n) \end{matrix}\right\} \times \frac{(x-m)\,(x-n)\,(x-p)}{(n-m)\,(p-m)\,(q-m)\,(p-n)\,(q-n)\,(q-p)}$

Queste formole sarebbero più semplici, se li primi termini m ed a delle due serie fossero $=0$. Per ridurle a questo stato basterà togliere questi primi termini da ciascuna delle altre, e si può ancora sopprimerli, se hanno un fattore comune, ben inteso però di doverli restituire colla moltiplicazione nel risultato, come ancora il termine tolto per l'addizione; ciò che cambia le dette formole in queste quì, ove si devono conservare la stesse denominazioni n, p, q, ec. b, c, d, ed y alli termini ridotti.

rie, che convengono alle differenti bombe, secon-

Primo caso $y = \frac{bx}{n}$, secondo caso. $y = \frac{bx}{n} - \left\{ \begin{matrix} +pb \\ -nc \end{matrix} \right\} \frac{x(x-n)}{p-n}$. Terzo caso. $y = \frac{bx}{n} - \left\{ \begin{matrix} +pb \\ -nc \end{matrix} \right\} \frac{x(x-n)}{p-n} + \left\{ \begin{matrix} +bpq\ (q-p) \\ -cnq\ (q-n) \\ +dnp\ (p-n) \end{matrix} \right\} \frac{x(x-n)\ (x-p)}{npq\ (p-n)\ (q-n)\ (q-p)}$.

Per dare qualche esempio dell'uso di queste formole, applichiamole al calcolo della ricerca dell' ordinata del ramo discendente, che corrisponde all' ordinata 0,210814 del ramo ascendente; si prenderanno li quattro ultimi termini della colonna delle ordinate del ramo discendente della tavola XIII, donde li due primi sono al di sopra, e gli altri due al di sotto le ordinate proposte: si prenderanno ancora li termini corrispondenti nella colonna delle ascisse per aver due serie, in ciascuna delle quali si toglierà il primo termine di ciascuno de' tre altri, e di più quello della prima serie dell' ordinata proposta 0,210814; questo sarà x. Con questo mezzo si potranno impiegare le ultime formole come siegue.

SERIE

Primitive	*Ridotte*	
0,154462	0.	
0,207541	0,053079 $= n$	0,074598 $= p-n$
0,282139	0,127677 $= p$	0,183481 $= q-n$
0,391022	0,236560 $= q$	0,108883 $= q=p$

do l' uso che se ne fa ordinariamente nella pratica del servizio di guerra.

0,244533	0.	
0,278348	0,033815 $= b$	0,056352 $= x$
0,317182	0,072649 $= c$	0,003273 $= x - n$
0,362282	0,117749 $= d$	0,071326 $= -(x - p)$.

Sostituendo questi valori nella formola del terzo caso, si troverà pel risultato il numero 0,036133, al quale aggiungendo 0,244533, che è stato tolto dai termini della seconda serie, si avrà 0,280666 per l' ascissa corrispondente all' ordinata 0,210814.

Per trovare l' angolo che questa ascissa fa colla curva, si prenderà la stessa serie primitiva 0,154462 ec., colle quantità che ne dipendono, e per la seconda gli angoli corrispondenti 55°, 60°, 65°, 70°, che si ridurrà togliendosi il primo termine 55 a 0, 5, 10, 15; e come questi ultimi numeri hanno 5 per fattore comune, si avrà dividendo per 5, la serie ridotta $1 = b$; $2 = c$, $3 = d$. Sostituendo questi valori, e conservando gli altri, si avrà il numero 1,05047, che bisogna moltiplicare per 5, ed aggiungere 55 al prodotto, ciò che darà 60° 15' per l' angolo richiesto.

Spesso o sopratutto ne' casi del tiro de' mortari, si ha un valore sufficientemente esatto trascurandosi il terzo termine della formola, ciò che si riduce allo stesso, non impiegando che tre termini delle serie primitive, e ciò è quello che noi abbiam fatta nell' uso delle tre ultime tavole.

TAVOLA XV.

Della projezione delle bombe sotto l' angolo di 45°.

Specie di curva.	Velocità iniziali.	Portate orizontali.	Altezze del getto.	Tempo del transito.	Velocità finale.	Angolo di caduta
Bombe da 12 pollici pesanti 180 libbre.						
	piedi	tese	tese	"	piedi	° '
1	924	2363	772	34.82	523	90—16
2	812	2036	642	31,77	499	58—16
3	721	1756	537	29,11	473	56—30
4	644	1512	449	26,65	443	54—56
5	578	1295	375	24,39	422	53—33
6	519	1106	313	22,28	397	52—18

Continuazione della stessa TAV. XV.

Specie di curva.	Velocità iniziali.	Portate orizzontali.	Altezze del getto.	Tempo del corso.	Velocità finale.	Angolo di caduta.
Bombe da 12 pesanti 150 libre.						
	piedi	tese	tese	''	piedi	o '
1	838	1944	634	31,57	476	60—16
2	736	1673	528	28,80	452	58—16
3	653	1443	441	26,36	429	56—30
4	584	1243	369	24 16	406	54—56
5	524	1065	308	22,11	383	53—33
6	470	909	257	20,20	360	52—18
7	422	768	213	18,38	336	51—10
8	377	639	175	16,66	312	50— 8
9	336	527	141	14,98	288	49—12
10	296	424	112	13,39	263	48—22
11	259	333	87	11,81	236	47—41
12	223	253	65	10,30	208	47— 4

Seguito della TAV. XV.

Specie di curva.	Velocità iniziali.	Portate orizzontali.	Altezze del getto.	Tempo del corso.	Velocità finale.	Angolo di caduta.
			Bombe da 10 pollici.			
	piedi	tese	tese	"	piedi	o '
3	638	1374	420	25,72	419	56—30
4	570	1183	352	23,57	396	54—56
5	511	1014	294	21,58	374	53—33
6	459	866	245	19,71	351	52—18
7	412	731	203	17,94	328	51—10
8	368	608	166	16,25	504	50— 8
9	327	501	135	14.61	281	49—12
10	289	404	107	13,06	257	48—22
11	252	317	83	11,52	230	47—41
12	217	241	62	10,05	203	47— 4

2

Seguito della TAV. XV.

Specie di curva.	Velocità iniziali.	Portate orizzontali.	Altezza del getto.	Tempo del corso.	Velocità finale.	Angolo di caduta.
Bombe da 8 pollici.						
	piedi	tese	tese	"	piedi	° '
5	414	665	193	17,46	303	53—33
6	371	567	161	15,96	284	52—18
7	333	479	133	14 53	265	51—10
8	298	399	109	13,16	245	5(— 8
9	265	329	88	11,83	228	49—12
10	234	265	70	10,59	208	48—22
11	204	208	54	9,33	186	47—41
12	176	158	41	8,14	164	47— 4

212. Non vi bisogna altro per completare questa tavola, che conoscere l'agente che si deve impiegare per imprimere a ciascuna specie di bomba una velocità data; ma questa conoscenza, che porterebbe l'arte di gettare le bombe al più alto grado di perfezione, presenta delle grandi difficoltà, potendosi lusingare di averla acquistata: se per il cannone, ove l'espansione del fluido motore, ed il movimento del mobile si fanno in uno istesso canale cilindrico, ove il mobile posa immediatamente sulla carica di polvere, non si è potuto ancora pervenire, che a delle formole di velocità, delle quali li risultati sono comunemente smentiti dall'esperienza, che ne sarà del mortaro, che presenta delle circostanze più complicate del cannone? Ciò che si deve principalmente considerare è, 1. che nel mortaro la capacità della camera non essendo sempre riempita dalla carica di polvere, bisogna aver riguardo non solo alla pressione del fluido elastico contro la bomba, ma ancora all'urto che esercita contro di essa. 2. Questa pressione, e quest'urto non si esercitano punto contro una mezza sfera, come nel cannone, ma contro un segmento sferico, ciò che deve modificare l'azione della polvere, secondo il rapporto del diametro della camera al diametro della bomba. 3. Passato l'istante dell'urto, e della prima pressione, l'espansione del fluido elastico della polvere si fa in un canale parte sferico, o conico, e parte cilindrico, ciò che impedisce l'uniformità nel progresso di questa espansione. 4. Non può dispensarsi di conoscere la maniera come la polvere agisce, e tende ad accelerare il moto del projetto; questa conoscenza tende essenzialmente alla successione dell'infiammazione, e dello sviluppo del fluido motore; sviluppo che ha luogo, e si stabilisce altrettanto più completamente nella carica di polvere prima che il mobile sia scosso, quanto più grande, e più lunga è la resistenza, che si oppone all'espansione del flui-

do per parte della massa del projetto, e dell'inclinazione del mortaro. 5. Come non si può dubitare dell'influenza del calore sulla forza elastica del fluido agente; bisogna conoscere ancora la legge che esso osserva nella diminuzione, e le variazioni della sua intensità, a misura che il fluido si estende in un più gran spazio, e secondo che la carica è più o meno grande. 6. In fine e generalmente per tutti li casi ove la polvere è impiegata, non se ne possono valutare i suoi effetti, se non si conosce la forza assoluta, che una quantità di polvere è capace di esercitare contro un' ostacolo dato, o il rapporto di questa forza alla pressione dell'atmosfera, che si riduce allo stesso, deducendola dalle proprietà chimiche ben fissate delle differenti sostanze che compongono la polvere.

213. Tali sono li materiali che devono servire di base alla teoria degli effetti della polvere, per conchiuderne una formola di velocità, che soddisfi a tutti li casi, formola la quale nella più gran generalità sarà applicabile al mortaro, ed al cannone in un caso particolare. Quantunque noi incontriamo tutta la difficoltà in una simile intrapresa, nondimeno non dispereremo, che posta in opera da un'abile mano., non si pervenga a sottomettere questi materiali ad una esatta analisi: è ad uno di questi felici genj, secondo l'espressione del Signor de Luc, riunendo il potere matematico con una forte attenzione agli fenomeni, che senza dubbio è riserbata la soluzione di questo problema, veramente degna de' loro talenti, e di tutta la loro attenzione.

214. Qualunque sia il successo di questa teoria vi è tutta l'apparenza, che il calcolo darà per la velocità iniziale del projetto una espressione, che sarà una funzione della carica di polvere, combinata colle dimensioni variabili del mobile, e dell' arma a fuoco, e questa funzione sarà un radicale di secondo grado, perchè la formola differenziale

$udu=fdx$ de'movimenti variabili, non può dare per la velocità u, che una quantità radicale, che possa esprimere il valore, e la natura della forza f. Questo ci ha fatto ammettere l'analogia de'quadrati delle velocità in ragion delle cariche nell'istruzione sull' uso delle nostre tavole del tiro de' cannoni, ed obici, raccomandando non di meno di non impiegarla, che per paragonare quelle cariche delle quali la differenza non fosse troppo considerevole, e se noi abbiam detto ancora, che li quadrati di queste stesse velocità sono in ragione inversa de' pesi de' projetti, cio è che nel valore di f la massa del mobile entra necessariamente come divisore; d' ove nasce l'analogia $V^2 : u^2 = \frac{C}{P} : \frac{c}{p}$, nella quale V, ed u rappresentano le velocità comunicate dalle cariche C, e c alli projetti, de' quali i pesi sono P, e p. Ecco ciò che la teoria ha fornito finora di più positivo, quantunque sufficientissimo pel bisogno.

215. Vediamo dunque se l'esperienza potrà meglio della teoria istruirci sugli effetti della polvere nel mortaro, col gran numero di prove fatte in diverse epoche, per conoscere li risultati del tiro de' mortari, ma ciò è poco per tirarne un'utile partito per la pratica, giacchè le qualità delle polveri che sono state impiegate, non sono state specificate, come altre circostanze che influiscono sulle portate. Quelle della Fere nel 1771 non hanno avuto altro oggetto, che di conoscere le portate che si ottengono colla stessa carica di 3 libbre, e 12 once di polvere nel mortaro di 12 pollici, e sotto differenti angoli d'inclinazione. Esse non sono state intraprese, che per avverare la teoria del moto de' projetti stabilita da Bezout nel suo corso di matematica. L'oggetto è riempito per questo riguardo, ma non se ne può conchiuder niente per l' effetto di altre cariche, e con altri mortari,

216. Noi non conosciamo, che le pruove fatte

alla scuola di Auxonne nel 1786, ove si abbia riguardo a tutte le circostanze della pratica. Esse son rapportate alla fine delle nostre tavole del tiro de' cannoni, ed obici. Se l'uso delle stecchette introdotte per assoggettare la bomba ha potuto cagionare qualche irregolarità, esse non scapperanno affatto sotto la vista di acuti ingegni, che le sapranno ben rettificare, mentre da che le cariche sieguono una certa legge, deve ancora regnarvene una qualunque nelle velocità, che ne risultano dal projetto, e per conseguenza nelle portate che si ottengono. Il minor sbaglio di questa legge qualunque, annunzia una irregolarità, della quale la causa può essere intesa, ma più sovente è impossibile di prevederla. Benchè le nostre pruove ad Auxonne non sieno punto all'arbitrio di tutto il rimprovero d'irregolarità, esse intanto possono utilmente servire a far conoscere le cariche che bisognano impiegare per ottenere delle portate date. Noi andiamo ad estrarne ciò che concerne la projezione sotto l'angolo di 45 gradi, e servendoci delle tavole precedenti, ne conchiuderemo per il metodo delle interpolazioni le velocità risultanti da cariche impiegate nelle pruove, come si vede nella tavola seguente. Li rapporti del volume della carica alla capacità della camera possono, e devono influire sulla velocità iniziale delle bombe: noi abbiamo aggiunta una colonna, ove questo rapporto è indicato, essendo la capacità della camera presa al disotto della bomba espressa per l'unità.

TAVOLA XVI.

217. *Delle velocità comunicate a ciascuna specie di bombe da differenti cariche di polvere, di cui la qualità è di 104 tese, essendo l' angolo della projezione di 45 gradi.*

Cariche di polvere.	Rapporto delle cariche alla camera.	Portate orizzontali.	Velocità iniziali.
Bombe da 12 poll. pesanti 145 libbre			
Camera { profondità { totale . . . . . . 5 poll. 6 lin.			
{ sotto la bomba 5,021			
{ diametro . . . . 4 , 8			
lib. once		tese	piedi
1 »	0,318	195,5	196
2 8	0,477	331	259
2 »	0,636	420,5	295
2 8	0,795	493,5	323
3 »	0,954	612,5	367
3 8	1,000	702,5	399

Seguito della TAV. XVI.

Cariche di polvere.	Rapporto delle cariche alla camera.	Portate orizzontali.	Velocità iniziali.
Bombe da 10 pol. pesanti 104 libbre.			
Camera { profondità { totale			8 pol.3 lin.
{ sotto la bomba .			7.326
{ diametro			5 6
lib. once		tese	piedi
1 »	0,153	227,5	210
1 8	0,230	395,5	288
2 »	0,307	530,5	347
2 8	0,383	645	382
3 »	0,460	755,5	420
4 »	0,613	1028	515
5 »	0,767	1073,5	531
6 2 1/2	1,000	1048	523
Istessa bomba da 10 pol. pesante 104 libbre			
Camera { profondità { totale			6 pol.9 l. 1.p.
{ sotto la bomba			6,222
{ diametro			4 6 1
lib. once		tese	piedi
1 »	0,272	310	248
1 8	0,409	480	321
2 »	0,545	615,5	370
2 8	0,681	697,5	402
3 »	0,817	704	438
3 10 1/4	0,992	879,75	463
3 10 3/4	1,000	893	468

Seguito della TAV. XVI.

Cariche di polvere.	Rapporto delle cariche alla camera.	Portate orizzontali.	Velocità iniziali.
Bombe da 8 pesanti 44 libbre.			
Camera { profondità { totale . . . . . . 5 pol. 6 l. 1. p.			
{ sotto la bomba 4,745			
{ diametro 2 10			
once		tese	piedi
5	0,25	165,5	180
10	0,50	394,5	296
15	0,75	577	379
20	1,00	641	402

218. Egli è visibile che queste portate, non sieguono nel loro progresso alcuna legge regolare, talchè si dovrebbe attendere da quella che regna nelle cariche, che l'han prodotte, mentre che queste quì prendendo degli accrescimenti uguali, le altre, posto tutto uguale, dovrebbero ancor esse agumentare, ma con delle differenze decrescenti. Sebbene questo carattere manca alli risultati delle nostre pruove, non sarà difficile di ridurle, se si consideri che fra le portate ottenute colla stessa carica, quella che si accosta di più deve essere la vera, ch'è la più lunga, mentre è fuor di dubbio, che se l'effetto di una carica è alterato per qualunque causa, ciò non può essere che in meno; se questo non è, succederà nel caso ove per certi accidenti la bomba sarebbe obbligata di seguire un'altra direzione, diversa da quella del mortaro. Non è meno evidente, che se fra molte portate risultanti dalla stessa carica se ne trovano uguali, o presso a poco uguali fra loro, queste de-

vono essere riguardate come li veri effetti di questa carica. Questa presunzione è fondata su quest' altra, che non è affatto verisimile, che quando una causa è sottoposta a degli accidenti, non si abbiano delle variazioni ne' suoi effetti. Ciò posto si trovano ne' risultati delle nostre pruove de' punti fissati, da' quali si può partire, per rettificare le irregolarità che si sono scorte. Allungandosi delle portate troppo corte, e conservandosi quelle, le quali per le ragioni che si son date, sembrassero essersi ottenute senza il concorso di alcun' accidente, si stabilirà tra esse la legge per cui si sono allontanate nelle pruove, e potranno servire di regola nella pratica. Si potrà dunque in luogo dell' ultima tavola sostituir questa quì, ed impiegarla con fiducia per regolare le cariche, che convengono a delle portate date, e reciprocamente.

TAVOLA XVII.

Delle velocità, e delle portate rettificate, risultanti da differenti cariche di polvere a ciascuna specie di bombe, essendo di 45 gradi l' angolo di projezione, e la polvere di 104 tese.

Mortaro da 12 pol.

Cariche	Portate	Velocità
libre	tese	piedi
1	197	197
1 1/2	346	264
2	462	311
2 1/2	569	352
3	647	380
3 1/2	710	402

Mortaro da 10 pol. a piccola camera.

Cariche	Portate	Velocità
lib. on.	tese	piedi
1	311	249
1 8	482	322
2	640	380
2 8	764	424
3	860	459
3 10 1/2	960	492

Mortaro da 10 pol. a gran camera.

Cariche	Portate	Velocità
lib. on.	tese	piedi
1	230	212
1 8	412	292
2	568	352
2 8	690	397
3	802	436
4	1035	518
5	1139	551
6 2 1/2	1200	586

Mortaro da 8 pol.

Cariche	Portate	Velocità
once	tese	piedi
5	173	184
10	397	297
15	587	380
20	642	403

219. Le portate, e le velocità di questa tavola essendo relative ad una specie di polvere, di cui la qualità è indicata dalla portata di 104 tese col mortaro di pruova, non si può impiegare utilmente nella pratica, che quando si conoscerà la qualità di polvere che si è nel caso di servirsi; bisognerà dunque sapere quali sono le velocità che risultano da differenti specie di polvere comparativamente a quella, che comunica la polvere di 104 tese, ciò si troverà, se per esempio si tratti di una polvere di 120 tese per l' analogia seguente: cioè la radice quadrata di 104 è a quella di 120, come la velocità risultante dalla prima specie di polvere, è a quella risultante dalla seconda colla stessa carica. (Vedete gli artic. 57, e 174) Su questo principio è stata calcolata la tavola seguente, che indica le velocità comunicate da differenti cariche con quattro specie di polvere, cioè di 90, 100, 110, e 120 tese, alle quali si è creduto potersi limitare, perchè riesca facile il poter dedurre le velocità che proverrebbero dalle qualità intermedie:

TAVOLA XVIII.

Delle velocità delle bombe risultanti da differenti cariche di polvere, di cui la qualità è indicata dalla portata del mortaro provetto, caricato con tre once della stessa polvere.

SPECIE di mortaro.	CARICA di polvere.	Portate del mortaro di pruova. tese 90	tese 100	tese 110	tese 120
		Velocità iniziali delle bombe.			
	lib. once	piedi	piedi	piedi	piedi
da 12 pol.	1 »	183	193	203	213
	1 8	246	259	272	284
	2 »	289	305	320	334
	2 8	327	345	362	378
	3 »	368	387	406	425
	3 8	374	394	413	432
da 10 pol. a gran camera.	1 »	197	208	218	228
	1 8	271	286	300	313
	2 »	327	345	362	378
	2 8	369	389	408	426
	3 »	407	429	449	469
	4 »	482	508	535	556
	5 »	511	539	565	591
	6 2 1/2	545	575	604	629

Seguito della TAV. XVIII.

SPECIE di mortaro.	CARICA di polvere.	Portate del mortaro di prova. tese 90	tese 100	tese 110	tese 120
		Velocità iniziali delle bombe.			
	lib. once	piedi	piedi	piedi	piedi
da 10 pol. a piccola camera.	1 »	237	250	262	274
	1 8	300	316	331	346
	2 »	353	373	391	408
	2 8	394	416	436	455
	3 »	427	450	472	493
	3 10 1/2	458	482	506	528
da 8 pol.	5	171	180	189	198
	10	276	291	305	319
	15	353	373	391	408
	20	375	395	414	433

220. Passiamo con qualche applicazione delle ultime tavole, alla pratica del getto delle bombe, e vediamo immediatamente qual deve essere la carica del mortaro di 12 pollici, perchè la portata sia di 500 tese, con della polvere di 115 tese? Si trova per la tav. XV, che per la bomba da 12 pol., pesante 150 libbre, la portata di 500 tese suppone una velocità iniziale di 325,69 piedi, ch' è tra le due velocità 278, e 327 relative nella tav. XVIII alla polvere di 115 tese, e risultanti dalle cariche di 1. $\frac{1}{2}$, e 2 libbre. Ora si trova per il metodo delle interpolazioni, che questa velocità proviene da una carica di 1 libbra, 15 once, 6 gr. Questa

è dunque la carica colla quale bisogna tirare col mortaro di 12 pollici sotto l'angolo di 45 gradi, per avere la portata di 500 tese, essendo la polvere di 115 tese.

Se questo è con della polvere di 104 tese, che si voglia ottenere la stessa portata di 500 tese, si trova per la tavola XVII., che vi bisogna una carica di 2 libbre, 4 once, 7 gr.

Si domanda quale sarà la portata del mortaro da 10 pol. a piccola camera, essendo la carica di 2 lib. di una polvere di 120 tese? La tavola XVIII fa vedere, che con questa carica, e questa qualità di polvere, la velocità iniziale è di 408 piedi, che corrisponde nella tavola XV ad una portata di 720 tese.

Le altre applicazioni che si possono fare di queste tavole són troppo facili per non farci trattenere in questo. D' altronde noi ci proponiamo di dare in seguito della stessa teoria un trattato puramente grafico del getto delle bombe, per cui bisognerà impiegare il compasso, ed un calcolo semplicissimo, per risolvere tutte lê quistioni concernenti questa parte di balistica.

Delle causè d' irregolarità nel tiro de' mortari.

221. Una causa d' irregolarità sempre esistente nel mortaro, è il vento della bomba, o la differenza fra il suo diametro, e quello dell' anima del mortaro: questa differenza nello stato primitivo dell' arma è per ciascun calibro di 1 linea, e 6 punti, in modo, che quando ancora la bomba fosse situata nel mortaro perfettamente in centro, essa potrebbe traviare di soli 9 punti circa dalla direzione dell'asse, mentre corre la lunghezza dell' anima cilindrica, senza che urti contro le pareti; cioè a dire, che arrivata alla bocca del mortaro, questo traviamento della bomba potrà essere di una 119.ª della

mm

parte cilindrica per il mortaro da 12 pol., di una 160a per quello da 10 pollici, e di una 128.a per quello da 8; astrazione fatta dall' infossamento della bomba nella camera. Se il traviamento ha luogo nel senso orizzontale, ciò sarà nel medesimo rapporto colla portata, che la bomba devierà a dritta, o a sinistra dalla vera direzione.

Se, come arriva più frequentemente, questo svario succede nel senso verticale, e che si tiri sotto l' angolo della più gran portata, o presso a poco, non ne risulterà alcun cambiamento sensibile alla portata, perchè in generale le quantità che si avvicinano ad un *massimo* non ne differiscono sensibilmente. Per questa ragione avviene, che quando si tira sotto un tal' angolo, si perde inutilmente un tempo prezioso, per voler dare il giusto angolo con precisione, giacchè un grado di più, o di meno, in questo caso non può produrre un errore rimarchevole sulla portata.

Se la bomba prima di uscire dal mortaro incontra le pareti dell' anima, la deviazione potrà essere più considerevole, ed in ragione inversa dello spazio che avrà percorso all' istante dell'urto, comparativamente alla lunghezza della parte cilindrica dell' anima; cioè se questo spazio per esempio è il terzo della parte cilindrica, la deviazione potrà esser tripla, se l' urto è laterale, di quella che si avrebbe avuta nel primo caso; essa sarà presso a poco la stessa, che se questa parte cilindrica fosse ridotta al terzo della sua lunghezza, o se terminasse dalla parte dell'urto. Nel caso ove questo accidente arriverebbe nel senso verticale, bisognerebbe che la direzione della bomba fosse elevata, o abbassata di più gradi, perchè la lunghezza della portata ne riceva un cambiamento notabile.

La maniera di servirsi del quarto di cerchio per puntare il mortaro, può influire ancora sulla direzione delle bombe, e produrre degli errori. Se l' istrumento che s' impiega porta un filo a piombo

per indicare il piano verticale del mortaro; egli è chiaro, che un' errore qualunque nel parallelismo tra il filo e questo piano, produrrà una deviazione, della quale il rapporto alla portata sarà lo stesso, che quello del difetto, o mancanza di parallelismo alla lunghezza del filo. E se questo istrumento è guarnito di un traguardo a traverso pel quale bisogna mirare, per dirigere il piano verticale del mortaro sull'oggetto che si vuol battere, potrà essere, che il raggio visuale passando per la fessura non la divida affatto in due parti uguali, per cui a ragione della larghezza del traguardo, ne risulterà un' errore, che influirà pel rapporto sulla direzione della bomba.

Tra le cause d' irregolarità, alle quali il tiro delle bombe è soggetto, vi è il vento, o l' aria agitata, della quale l' effetto qualche volta è assai sensibile, e può meritare qualche attenzione; egli è certo che un mobile, il quale attraversa l' aria deve provarvi delle variazioni, e non solamente a ragione della resistenza che l' aria oppone al suo movimento, ma ancora a causa dell'impulsione che riceve, se questo fluido, ed il mobile sono in movimento.

L' impulsione continua del vento contro di una superficie deve comunicarle da istante in istante de' nuovi gradi di velocità, non diversamente come il peso ne comunica ai gravi nella loro caduta: questa è una forza acceleratrice analoga al peso; e che produrrebbe sulli corpi che sollecita al moto esattamente gli stessi effetti del peso, essendo essa equivalente al peso di questi corpi; si potrà dunque dire, che il peso del mobile sollecitato al moto per l' impulso del vento, è al peso equivalente alla forza di questo impulso, come l' effetto del peso, o lo spazio che gli farebbe percorrere in un certo tempo, è all' effetto dell' impulso del vento, o allo spazio che gli farebbe percorrere nel medesimo tempo. Se questo è un corpo sferico, ch'è esposto

a tale impulso, ne risulterà la stessa forza, che contro la superficie del suo cerchio massimo. Sia dunque C questo gran cerchio, P il peso del corpo, f la forza d' impulsione del vento, E lo spazio che gli farebbe percorrere nel tempo t, ed h l' altezza della caduta de' gravi nel medesimo tempo; si avrà $f \times C$ per la forza esercitata contro la superficie C; e per conseguenza $E = \frac{f \times C}{P} \times h$.

Per impiegare questa formola alla ricerca della deviazione delle bombe per l'azione del vento, bisogna conoscere il peso della bomba per aver P, ed il suo diametro per dedurne il valore di C. La prima di queste due tavole seguenti indica li valori di f, relativamente alle differenti velocità del vento, o la forza della sua impulsione contro la superficie di un piede quadrato. La seconda tavola dà il valore di h, o l'altezza della caduta de' gravi durante il tempo indicato nella prima colonna; si trova questo tempo per la tavola XV, allorchè si conosce la portata sotto l'angolo di 45 gradi. Riguardo alla velocità del vento noi ci rimettiamo alle opere di fisica per la maniera di misurarla.

TAVOLA XIX.

Forza d'impulsione diretta del vento, contro una superficie di un piede quadrato.

Velocità del vento.	Forza d'impulsione.	Velocità del vento.	Forza d'impulsione.	Velocità del vento.	Forza d'impulsione
piedi	libbre	piedi	libbre	piedi	libbre
5	0,035	25	0,875	45	2,835
10	n,140	30	1,260	50	3,500
15	0,312	35	1,715	55	4,235
20	0,560	40	2,240	60	5,000

TAVOLA XX.

Altezza della caduta de' gravi.

Tempi	Caduta	Tempi	Caduta	Tempi	Caduta
sec.	piedi	sec.	piedi	sec.	piedi
1	15,1	12	2172	24	8688
2	60,4	14	2956	26	10196
4	241,6	16	3861	28	11825
6	543,6	18	4888	30	13575
8	965	20	6033	32	15445
10	1508	22	7300	34	17436

Sia per esempio una bomba da 12 pollici pesante 150 libbre, tirata sotto l'angolo di 45 gradi, e portata a 600 tese; con un vento, di cui la velocità è di 40 piedi, e perpendicolarmente alla linea del tiro. Il diametro della bomba essendo di piedi 0,98611, la superficie del suo cerchio massimo è di 0,76373 di piede quadrato; la velocità del vento essendo di 40 piedi, dà una forza d' impulsione di 2,24 contro un piede quadrato; dunque $f \times C =$ 1,7107. La tavola XV fa vedere, che per una portata di 600 tese, il tempo del transito è di circa 16 secondi, ciò che dà h=3861 piedi. Dunque $E = \frac{f \times C}{P} \times h = 44,035$ piedi, o 7,339 tese; questa è la deviazione della bomba in questo caso. Questa è ancora la quantità per cui la portata è allungata, o raccorciata, se il vento spinge la bomba per di dietro, o per avanti. Infine se la direzione del vento è obbliqua alla linea del tiro, la portata sarà agumentata, o diminuita nel rapporto del seno totale al seno di obbliquità.

APPENDICE.

Tutto ciò che può contribuire a dare delle nozioni esatte su gli effetti della polvere nelle arme da fuoco, dovendo interessare il nostro lettore, noi aggiungeremo qualche riflessione, che facemmo nel 1776 in occasione di una nuova forma allora proposta per le camere de' mortari, ma fondata su delle basi sì contrarie alli veri principj della fisica, che noi abbiam creduto doverle rettificare.

Riflessioni sulle camere de' mortari.

222. La camera di un mortaro presenta due oggetti da considerare, cioè la forma, ed il diametro della sua apertura. La prima deve esser tale, che ne risulti la più pronta infiammazione della carica di polvere, e dalla seconda la più forte impulsione contro il projetto, secondo la direzione dell' asse del mortaro.

Per riempiere la prima di queste due condizioni, bisogna che tutte le parti delle pareti interiori della camera sieno le più riavvicinate che sarà possibile al centro d' infiammazione, ed a distanze uguali da questo centro: in guisa che le pareti della camera dovrebbero formare la superficie di una sfera, o porzione di sfera, che avrebbe per centro il punto da dove il fuoco è comunicato alla carica di polvere; ma per molti riguardi le camere de' mortari non sono affatto suscettibili di una simile configurazione, e che per procurarne delle altre realmente più vantaggiose, si è stato obbligato di rinunciare a quella della più pronta infiammazione che procurava la forma sferica, che si è considerata.

Altre circostanze dunque devono quì esser prese in considerazione. Esaminiamo immediatamente

qual' è la maniera di agire della polvere infiammata. Si sa, che fra le sostanze che entrano nella composizione della polvere, il fuoco convertito in fluido elastico è dotato di una gran forza espansiva, ed in questa proprietà consiste tutta la forza della polvere. Se rappresentiamo questo fluido rinchiuso in una capacità, opponendo da tutte le parti una resistenza invincibile alla sua espansione; noi non vedremo, che un' ammasso di una infinità di piccoli turbini agendo, e reagendo vicendevolmente gli uni contro gli altri, avendo la medesima tendenza ad estendersi in tutti li sensi, ed ugualmente a seguire tutte le direzioni immaginabili. Osserviamo ancora, che la pressione di questo fluido contro le pareti della capacità che lo racchiude, si esercita perpendicolarmente alla superficie di ciascuna porzione di queste pareti; proprietà che li è comune con tutti gli altri fluidi contenuti ne' vasi. Da ciò viene l' equilibrio, e ne risulta ancora che la pressione del fluido contro una sola parte qualunque delle pareti del vaso, è equivalente alle pressioni che si esercitano contro tutte le altre parti, e n' è la risultante. Questa conoscenza a noi sopra tutte ci è essenziale, perchè non abbiamo da considerare, che il primo sforzo del fluido della polvere contro la bomba.

Ciò posto, vediamo che arriverà, allor quando avrà un' apertura ad un lato qualunque del vaso, che racchiude il fluido elastico prodotto dall' infiammazione della polvere, qualunque sia d'altronde la forma interiore di questo vaso. Sia FVG (fig. 36.) un tal vaso, ed FG l' apertura; egli è chiaro, che il fluido se ne scapperà per questa apertura seguendo una direzione perpendicolare alla linea retta, o alla superficie piana, che unisce l' orlo dell' orificio, mentre qualunque sia stata la figura FdG del lato del vaso ove si è supposta l' apertura, la somma delle pressioni esercitate dal fluido contro FdG, è equivalente alla pressione e-

sercitata dal fluido contro la retta, o il piano FG, poichè non è altra cosa, che la risultante di tutte le pressioni contro FdG; esso si formerà dunque per l'apertura FG una corrente, la quale ha il suo principio di attività nella forza espansiva del fluido, e questa corrente fintantochè durerà, sarà sempre diretta perpendicolarmente su di FG, perchè li gradi di densità del fluido che riempie sempre tutta l'estensione della capacità FVG, possono bene influire sulla velocità dell'effusione, ma non già sulla direzione. Infine questa corrente cesserà di aver luogo, quando la densità del fluido sarà ridotta a quella dell' aria esteriore.

Se si ponga attenzione sulla maniera come il fluido scappa per l'apertura FG, si vedrà che la figura del vaso non contribuisce in niente alla velocità dell'effusione; questo è per il grado di compressione ove il fluido si trova in ciascuno istante, che dipende unicamente questa velocità nel medesimo istante: a misura poi che ne sorte una certa quantità, ciò che ne resta ancora nel vaso, si estende per occuparne tutta la capacità, ed esercitare contro le sue pareti delle pressioni proporzionali alle densità attuali. Non è lo stesso della pressione del fluido contro le pareti del vaso intieramente chiuso: essa si esercita perpendicolarmente a ciascuna parte delle pareti; e non dipende che dalla forza elastica del fluido, e la forma del vaso niente ha che farvi.

Vediamo intanto qual sarà l'effetto di questo fluido agendo contro un corpo sferico situato sul suo passaggio, o sull'apertura del vaso; sia il diametro di questo corpo uguale a quello dell' apertura, che noi supponiamo circolare, o che essendo più grande, non presenta che un segmento all' azione del fluido.

Sia dunque il vaso FVG (fig. 37.) riempito di un fluido elastico attualmente compresso, e la sfera MQND applicata al vaso con un segmento FDG,

nn

di cui la corda FG è uguale al diametro dell' apertura del vaso, e che vi si adatti esattamente; se si suppone il vaso e la sfera talmente aderenti l' uno all' altro, che alcuna forza non possa separarli, il fluido rinchiuso e compresso nella capacità FVGDF eserciterà contro tutte le parti delle pareti del vaso delle pressioni, che li saranno perpendicolari: il segmento sferico FDG sarà ancora presso in tutti li suoi punti perpendicolarmente alla sua superficie, o secondo le direzioni che passano tutte per il centro C della sfera; è perciò secondo le linee così dirette, che il fluido fa de' sforzi contro la sfera, e che tende a distaccarla dal vaso. Ora è evidente, che la risultante di tutti questi sforzi deve passare per il mezzo D della superficie del segmento, e per il centro C; dunque seguirà questa direzione, se essa è obbligata di cedere all' azione del fluido.

Esaminiamo in questa supposizione come l' impulsione del fluido contribuisce al movimento della sfera secondo la direzione DC: ciascun punto f del segmento essendo spinto secondo una direzione fC, che passa per il centro C della sfera, se si rappresenti per il raggio fC la forza assoluta, e che si decomponga in due altre, una fs parallela, l' altra ft perpendicolare a DC, egli è chiaro, che l' ultima niente contribuisce al movimento progressivo della sfera secondo DC, essendo distrutta da una forza uguale, ed opposta, che agisce dall'altra parte su di un punto preso all' istessa distanza dal punto D. Il punto f non è spinto dunque in avanti secondo DC, che per la forza rappresentata da fs; dunque la forza assoluta che agisce contro il punto f, è alla forza relativa che tende a far muovere questo punto parallelamente a DC, come fC è ad fs; e come succeder deve lo stesso per tutti i punti che compongono la superficie del segmento sferico FDG; ne siegue che la forza assoluta del fluido, è alla forza relativa, come la somma de'

raggi tirati da tutti li punti del segmento sferico, è alla somma di tutte le rette fs tirate dalli stessi punti parallelamente a DC; cioè a dire, come il cilindro formato dalla rivoluzione del rettangolo PDCS attorno DC, è al solido generato dalla rivoluzione della figura FDCS attorno la stessa DC. Dunque se la mezza sfera è esposta all' impulsione del fluido, queste due forze saranno fra loro come il cilindro circoscritto alla mezza sfera è a questa mezza sfera, o come 3 è a 2. Ed in generale se si chiami CS, x; ed il raggio, a; sarà la forza assoluta alla relativa, come $ax^2 : \frac{2}{3} (a^3 - (a^2 - x^2) \sqrt{(a^2 - x^2)}$; formola che dà il rapporto di 3 : 2, allorchè $x = a$.

Se si suppone che l'impulsione del fluido racchiuso nel vaso FVG contro il segmento sferico FDG si faccia secondo delle direzioni parallele a DC, ipotesi che ammettono quelli che confondono li fluidi elastici, de' quali il movimento non è prodotto che per una forza espansiva, con li fluidi non elastici, i quali non si muovono che in virtù del peso; si trova che la forza assoluta contro il punto f è alla forza relativa, come $fC^2 : fs^2$, e descrivendosi una parabola, che abbia la sua sommità in C, e CD per parametro, come $fC : pe$, per cui si conchiude, che la forza assoluta del fluido contro la superficie del segmento, è alla forza relativa, quella quì impiegata al movimento progressivo della sfera secondo DC, come il cilindro generato dalla rivoluzione del rettangolo PDCS, è al solido formato per quella della figura mistilinea PDCE attorno DC; in modo che se l'impulsione si fa contro la mezza sfera, queste due forze saranno fra loro, come il cilindro circoscritto è al paraboloide della stessa base, e della medesima altezza, o come 2: 1. Facendo dunque come quì sopra $Cs = x$, $DC = a$, in questa ipotesi la forza assoluta è alla forza relativa, come $2a^2 : 2a^2 - x^2$, da cui si tira il rapporto di 2 : 1 quando $x = a$.

Noi abbiamo calcolata la tavola seguente per differenti valori di x supponendosi $a=1$, e la forza assoluta del fluido 1000.

Valori di x.	*Forze relative.* 1. ipotesi	2. ipotesi
$x=$ 0,1	998	995
0,2	990	980
0,3	977	955
0,4	959	920
0,5	935	875
0,6	904	820
0,7	865	775
0,8	817	680
0,9	775	595
1,0	667	500

Queste due ipotesi danno come si vede de' risullati differenti, essendo la forza relativa costantemente più grande nella prima, che nella seconda, ma esse hanno di comune, che nell' una e nell'altra, questa forza diminuisce a misura che il valore di x si agumenta, cioè o dire a misura, che la sfera presenta un più gran segmento all' azione del fluido elastico; coscchè a questo riguardo solamente, e supponendo che questo fluido è sempre animato dalla stessa forza espansiva, sarebbe un vantaggio reale di dare alla camera de' mortari la più piccola apertura possibile, ma altre considerazioni impediscono, che nella pratica si possa profittare di questo vantaggio. La principale è che la polvere non s' infiamma che successivamente, per cui ne siegue, che la forma della camera deve essere talmente combinata colla sua apertura, che questa

quì restando ancora piccola per quanto è possibile, quella procuri nel medesimo tempo l' infiammazione la più pronta, e la più completa; mentre è certo in seguito della teoria che si è esposta, che se la carica è intieramente infiammata, ed il fluido elastico totalmente sviluppato, prima che la bomba è scossa, una minore apertura sarebbe preferibile ad una più grande, e la figura della camera sarebbe indifferente.

Noi non conosciamo molto la natura della polvere quanto alla sua maniera di agire, ed il tempo che impiega per infiammarsi, per poter sottoporre a calcolo questa combinazione. Un' altro principio che ci sarebbe necessario, e che non si conosce meglio, è la natura della resistenza de' corpi in virtù della loro forza d' inerzia. Si sa che questa resistenza è proporzionale alle masse, ma essa trascina ancora nell' idea di un tempo impiegato da questa massa a resistere contro lo sforzo della forza motrice, e sopra tutto se questa forza consiste nella pressione di una molla di un fluido elastico, ed è regolare di credere, che questo tempo agumenta colla massa del mobile. Applicando questo ad una carica di polvere rinchiusa nella camera di un arma da fuoco, si vedrà che l' infiammazione dovrà essere tanto più completa, quanto più grande è la massa del mobile esposta all' espansione del fluido. Se si conoscesse dunque il tempo dell' infiammazione, ed il tempo della resistenza del mobile, o almeno il loro rapporto, si potrebbe risolvere la quistione che ci occupa; ma per questi lumi che ci mancano, impiegheremo il sol mezzo ch' è in nostro potere, cioè quello della comparazione di differenti camere contenenti la stessa quantità di polvere, appoggiandoci alli due principj seguenti.

1. il fuoco posto ad una carica di polvere da un punto qualunque, che noi chiameremo centro d'infiammazione, si comunica da vicino a vicino a tutta la carica estendendosi sfericamente, di maniera

che in due cariche le quantità di polveri accese nello stesso primo istante, saranno delle porzioni di sfere uguali. 2. Quanta più polvere si sarà accesa al primo istante dell' infiammazione, il fuoco più prontamente guadagnerà il resto della carica.

Ciò posto per paragonare gli effetti di due camere che avranno la stessa capacità, ma forme differenti, s'immagineranno due sfere uguali situate in maniera, che il loro centro sia nel medesimo punto del centro d' infiammazione; osservando per la scelta del loro raggio, che le porzioni di queste sfere racchiuse nelle camere, non eccedano affatto il volume delle cariche. Si esaminerà qual' è la camera che comprende tra le sue pareti, e nel volume della carica la più gran porzione di sfera; questa sarà quella, in cui s' infiammerà all' istesso istante la più gran quantità di polvere, ove per conseguenza l'infiammazione della carica sarà la più completa, e se a questa condizione alla medesima camera, si unisca ancor quella di una minore apertura, si potrà conchiudere che ne risulterà ancora la più forte impulsione della bomba.

Si vede dunque che la posizione della lumiera deve influire sulla prontezza dell' infiammazione di una carica di polvere; egli è chiaro in effetto, che essendo situata verso il mezzo della lunghezza della carica, all'istesso istante s' infiammerà presso a poco tanta polvere dalla parte del fondo della camera, che dalla parte dell' apertura; vale il dire, se la camera è cilindrica, se ne infiammerebbe circa il doppio di quelle, che se la lumiera fosse fissata all' angolo del fondo. Non è meno evidente, che se la lumiera corrisponde al mezzo del fondo della camera, s' infiammerà altrettanto più di polvere al primo istante, quanto più spianato sarà questo fondo. Ma se dalla maniera di situare la lumiera si ottiene una infiammazione più o meno pronta, si è osservato ancora da un' altra parte, che quando essa è troppo discosta dal fondo della

camera, l'esplosione della polvere è così violenta, che il mortaro, ed il suo affusto sono considerevolmente tormentati, e faticati, senza che ne risulti un soprappiù di forza sensibile sulla bomba.

Li nuovi mortari conici vengono all' appoggio di questa osservazione: in quello di 12 pollici la camera di cui la profondità è di 7 pollici, e 9 linee, contiene 11 libbre di polvere; la lumiera corrisponde a 3 pollici dal fondo, e quantunque gli orecchioni abbiano 8 pollici di diametro, si è stato obbligato per impedire di farli piegare sotto lo sforzo di questa carica, di assicurarli con un rinforzo piramidale di 4 pollici di base, ed 8 di altezza. Se questi mortari a causa della loro forma conica, per la situazione della bomba hanno il vantaggio dell' aggiustatezza della direzione; essi cedono per le portate a quelli a camera a pera, o cilindrica, de' quali il diametro dell' apertura è di 5 pollici, e 6 linee, mentre che nel mortaro conico essa è di 11 pollici, 5 linee, 9 punti; ciò che mette la forza relativa di una carica di polvere in questo quì, alla forza relativa della medesima carica nell' altro, nel rapporto di 702 : 944. Egli è certo che con delle piccole cariche, le portate del mortaro conico sono molto minori di quelle del mortaro ordinario: 2. libbre di polvere col primo non hanno dato, che una portata di 298 tese, e coll' altro di 462: con $2\frac{1}{2}$ libbre, la prima è stata 400 tese, e la seconda di 569; in modo che in tutti li casi ove s' impiegano i mortari conici, sebbene non si ottengono le più grandi portate degli ordinarj tanto per gli assedj, che per la difesa delle coste, pure essi avrebbero un vantaggio ben deciso onde preferirli sopra tutto agli altri, se l'anima avesse la configurazione di cui abbiam parlato nella nota dell' art. 53.

L' osservazione sull' allontanamento della lumiera dal fondo della camera, fornirebbe un soggetto

di discussione ben interessante su gli effetti della polvere, e sulla sua maniera di agire, ma non potrà occuparsene di una maniera soddisfacente, che quando si avranno un gran numero di fatti ben veduti, e ben' avverati. Intanto noi andiamo a terminare queste riflessioni con una osservazione, la quale dandoci una idea della prontezza dell'infiammazione della polvere, farà vedere, che in effetto si deve poco guadagnare a questo riguardo allontanandosi la lumiera dal fondo della camera; questa osservazione è fondata sulli risultati delle pruove fatte colli pezzi da 24, per conoscere la forza delle differenti cariche di polvere, rapportate nella tavola VII (art. 172). Le cariche provate sono 12 onc., 1 lib., $1\frac{1}{2}$, 2, $2\frac{1}{2}$, 3, $3\frac{1}{2}$, 4, 5, 6, 8, 10, e 12 libbre, esse hanno comunicato alla palla delle velocità di 500, 575, 700, 809, 906, 989, 1065, 1132, 1250, 1320, 1425, 1475, e 1530 piedi a secondo; se le velocità fossero proporzionali alle radici quadrate delle cariche, come questo succederebbe, se in tutte le cariche l' infiammazione fosse completa prima della partenza della palla; queste velocità sarebbero di 500, 577, 707, 816, 913, 1000, 1080, 1155, 1291, 1414, 1633, 1826, e 2000 piedi a secondo. Paragonando queste ultime velocità con quelle che risultano dalle pruove, si vede che la differenza si riduce immediatamente a poco di cosa, e che essa non comincia ad essere sensibile, che per le cariche che eccedono 4 libbre. La conseguenza che noi vogliamo dedurre da questo paragone è, che se la carica di 12 once che produce una velocità di 500 piedi è intieramente infiammata prima della partenza della palla, come non è possibile di dubitarne, bisogna necessariamente, che tutte le altre cariche sino a quella di 4 libbre inclusivamente sieno nello stesso caso, poichè la loro lunghezza non eccede affatto il loro diametro, per cui il fuoco si deve comunicare nel

medesimo tempo all' estremità dell' uno, e dell'altro, e che d' altronde, queste cariche danno tutte de' risultati presso a poco molto conformi a quelli della teoria. Ora egli è certo, che la carica di 12 once basta per cacciare la palla, quando ancora il suo peso sarebbe agumentato di tutta la polvere che è in avanti di queste 12 once; bisogna dunque che la comunicazione della fiamma sia assai rapida, perchè una carica di 2, 3, e 4 libbre di polvere si accendano ancora quasi prontamente, che quella di 12 once, il che nasce in seguito de' due principj stabiliti di sopra. Se le cariche più forti non sieguono la stessa legge, ciò è, che a ragione di una più grande lunghezza, il tempo della loro infiammazione diviene assai sensibile, perchè la palla possa esser scossa, e cacciata dalla prima polvere infiammata; ma questa differenza deve quasicchè sparire nella camera di un mortaro, a causa del più gran peso del mobile, il quale per questa ragione opponendo una resistenza più grande, e più lunga, dà luogo ad una infiammazione più completa. Noi abbiamo già avuto occasione di fare questa riflessione nell' osserv. V. (art. 177.).

FINE.

TAVOLA

Delle materie contenute in questo Volume.

SEZIONE I.

SEZIONE II.

ERRORI			CORREZIONI
Pag.	Lin.	Si legge	Si deve leggere
31	21	AG	AE
36	25	x^2 sen. I $+ x^2$ cos. I	x^2 sen.^{2} I $+ x^2$ cos.^{2} I.
57	5	avere	per avere
153	7	Tang. I$\times$ = ec.	Tang. I$\times l$. = ec.
159	36	0,3551078	0,3581078
204	14	285.	785.
205	30	stato	strato
255	ult.	$q=p$	$q-p$

Pl. I.
Fig. 5.
M
R
D
S
H
P
B
G
C
Q
A
q
Fig. 9.
M
m
P
C
Q
C
g. 11.
Q
M
P
B
Fig. 11.*
M
m
R
A
P
P
C
Fig. 14.
C
B

Fig. 22.

Pl. III
E
F
D
E
F
D
E
D
F
D
E
F
D
E
F
H
D

Pl. IV.
Fig. 33.
C
H
R
B
D
M
N
H
D
Fig. 36.
d
F
G
V
E
Fig. 37. Q
S
s
C
R
M
N
e
E
H
F
G
A
P
P
D
B
V
H
F